

# Introduction à l'Économie

Renaud Bourlès    Nicolas Cloutens

*Centrale Marseille*  
*Aix-Marseille School of Economics*

2022-2023

# L'UE Économie et Gestion

- ▶ Comptabilité et gestion
  - ▶ Bases de la comptabilité générale, modèles généraux d'analyse des coûts, choix d'investissements et introduction à la finance d'entreprise.
  - ▶ Entraînement au lancement d'un produit innovant, au développement et à la gestion d'une entreprise en milieu concurrentiel.
- ▶ Introduction à l'économie
  - ▶ Les principes de la science économique : modèles simples de comportement,
  - ▶ Introduction à l'économie de l'environnement, à l'économie de l'innovation et à l'économie de l'incertain
- ▶ Organisation et gestion de l'entreprise
  - ▶ Étude des organisations, de leur environnement, de leur fonctionnement, de leur structure

# Qu'est-ce que l'économie et que font les économistes?

## Définition (simple)

*L'économie est l'étude de la transformation et de la distribution (l'allocation) des ressources rares et son impact sur la société*

Plus précisément, l'économie analyse

- ▶ comment les individus et organisations opèrent des **choix**
  - ▶ éducation, production, épargne/consommation, travail/loisir, vote,...
- ▶ comment ces choix **interagissent**,
- ▶ le **système** résultant de ces choix, et sa désirabilité

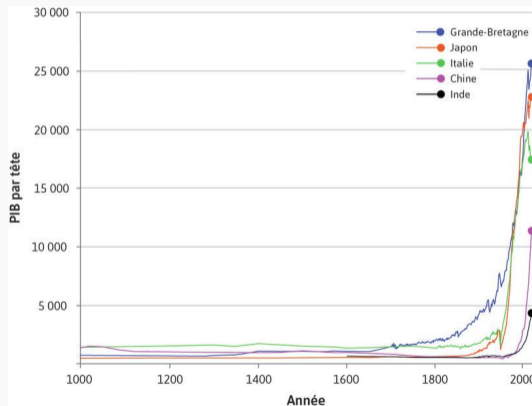
Le **choix** (et non l'argent) est la caractéristique unifiant les thèmes qu'étudient les économistes

# Quelques grandes questions en économie

1. Innovation, croissance et inégalités
2. Rareté, ressources et environnement

# Innovation, croissance et inégalités : Croissance

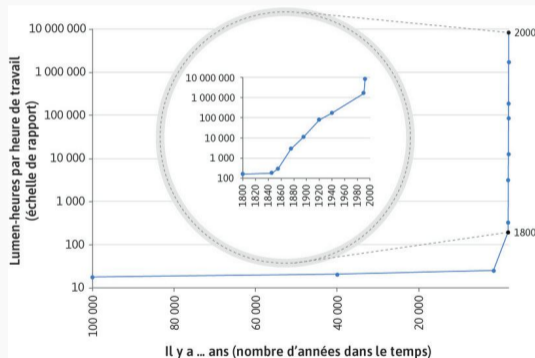
- ▶ La croissance du PIB par tête (mesure - imparfaite - du niveau de vie moyen)
- ▶ est un phénomène relativement récent



Source : COREecon L'Économie

# Innovation, croissance et inégalités : Innovation

- ▶ Cette croissance est fortement liée au progrès technique
- ▶ qui permet une amélioration de la productivité du travail

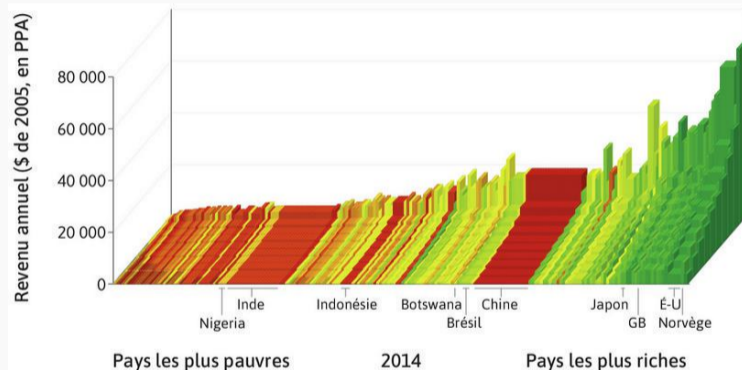


Source : COREecon L'Économie

# Innovation, croissance et inégalités : Capitalisme

- ▶ Cette accélération, permise par
  1. la notion de propriété privée
  2. l'économie de marché
  3. l'organisation du travail, sous forme d'entreprises (marché du travail)on parle alors de **capitalisme**
  
- ▶ est cependant génératrice d'**inégalités**
  - ▶ à la fois à l'intérieur d'un pays
  - ▶ et entre les pays

# Innovation, croissance et inégalités : Inégalités



Source : COREecon L'Économie

La couleur d'un pays reflète son classement en termes de PIB par tête en 1980



# Innovation, croissance et inégalités : Quelques questions

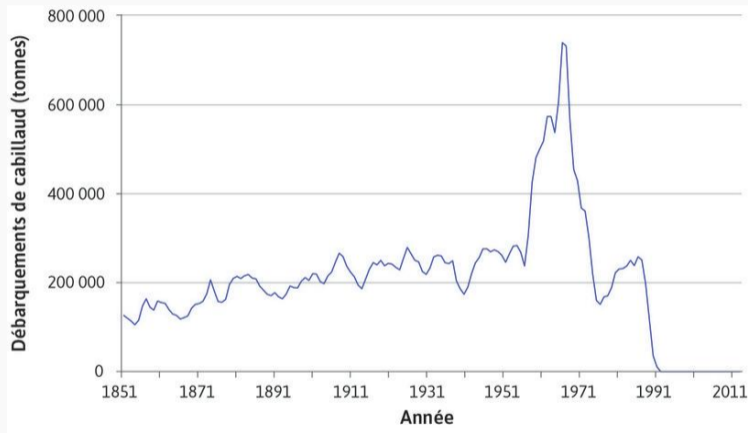
Forts de ces constats, les économistes étudient :

- ▶ Les formes d'**institutions** permettant l'innovation et la croissance
  - ▶ éducation, droit (brevet, faillite), compétition
  - ▶ cf. leçon inaugurale de Ph. Aghion au Collège de France (Moodle)
  
- ▶ Comment réduire les inégalités générées par l'innovation et la croissance ?
  - ▶ effort vs chance : **incitation** et redistribution
  - ▶ inégalité d'**opportunité** (eg. marché de l'emploi)
  - ▶ cf. conférence de M. Jackson : réseaux et inégalités (Moodle)

# Rareté, ressources et environnement

- ▶ L'exploitation de ressources **rare**s à des fins productives
- ▶ pose également des problèmes de soutenabilité, quand ces ressources sont
  1. en libre accès (non appropriables, non excluables) et
  2. rivales (ne peuvent être consommées plus d'une fois)
- ▶ Les effets de compétition dans un contexte dynamique
- ▶ conduisent mécaniquement à une **exploitation** de ces ressources
- ▶ supérieure à ce qui serait collectivement souhaitable

# Rareté, ressources et environnement : La tragédie des communs



Quantité de cabillauds pêchés dans les Grands Bancs (nord de l'Atlantique)

Source : COREecon L'Économie

# Rareté, ressources et environnement : Externalités

- ▶ En plus d'exploiter ces ressources
- ▶ la production ou la consommation de certains biens
- ▶ engendre un impact environnemental (pollution, émissions)
  
- ▶ cet impact étant supporté par tous (qualité de l'air)
- ▶ du fait du choix de certains
- ▶ on parle d'**externalité**
  
- ▶ d'une manière générale, en économie
- ▶ l'**intervention publique** a pour rôle (notamment) de corriger ces externalités
- ▶ en alignant les coûts (ou bénéfices) privés aux coûts (ou bénéfices) sociaux

# Rareté, ressources et environnement : Problèmes

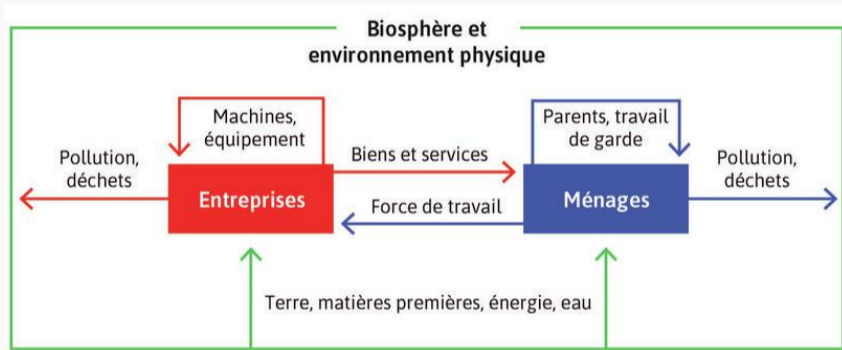
- ▶ Ces corrections ont des effets redistributifs et un impact sur les inégalités
- ▶ Incertitude sur l'ampleur du phénomène
- ▶ Externalités & compétition internationales (interaction entre décisions)  
⇒ nécessité de coopération (tragédie des communs)
- ▶ Externalités intergénérationnelles
  - ▶ impact sur des générations non représentées dans le processus politique
  - ▶ comment mesurer les coûts et bénéfices futures (actualisation)

# Rareté, ressources et environnement : Quelques questions

Forts de ces constats, les économistes étudient :

- ▶ Les effets d'une **fiscalité** verte et de son anticipation
  - ▶ sur les ménages, la R&D et les industries "grises"
- ▶ L'impact du changement climatique et la **distribution** de ses coûts
  - ▶ dans l'espace et le temps
- ▶ Les questions d'**équité** internationale et de développement liés aux accords environnementaux
- ▶ Comment **évaluer** les biens non marchands (biodiversité, qualité de l'air,...)

# Une représentation simple des décisions et interactions économiques



Source : COREecon L'Économie

# L'économie à Centrale Marseille : Qui?

- ▶ Renaud Bourlès  
*Partage de risque, ses motifs et impacts sur la prise de risque*
- ▶ Nicolas Cloutens  
*Développement économique, environnement, et ressources naturelles*
- ▶ Hajare El Hadri  
*Développement économique, risque et catastrophes naturelles*
- ▶ Mohamed Belhaj (en détachement au FMI)  
*Économie des réseaux : synergies et réglementation*
- ▶ Santiago Lopez Cantor  
*Thèse : Retraites et inégalités*
- ▶ Aisha Salih  
*Thèse : Migration, rémittences et assurance*



# L'économie à Centrale Marseille : Quoi?

- ▶ Introduction à l'économie (1A)
- ▶ Comportements stratégiques : la **théorie des jeux** (2A MIE)
- ▶ **Innovation** et pouvoir de marché : monopole et rentes (2A MIE)
- ▶ Les **inégalités** : données et politiques économiques (2A MIE)
- ▶ Introduction à la **finance** : temps et incertitude (2A Option)
- ▶ Macroéconomie et **politiques** économiques (2A Option)
- ▶ Systèmes **dynamiques** en économie de l'environnement (2A S8 DMC)
- ▶ Économie de la croissance et des **crises** (2A S8 DMC)
- ▶ Économie de l'**environnement** (2A S8 ENV)
- ▶ Économie de l'**énergie** (2A S8 ENE)
- ▶ **Données et Décisions** Économiques et Financières (3A Parcours)

# Le cours d'introduction à l'économie

1. La démarche scientifique en économie [y aller](#)
2. Les prises de décisions économiques [y aller](#)
3. Le marché comme interaction entre ces décisions [y aller](#)
4. Exercices d'applications (TD 1 & 2): taxes et tarification
5. Les externalités : le cas de l'environnement
6. Biens publics et externalités positives [y aller](#)
7. Exercices d'applications (TD 3 & 4): innovation et environnement
8. Risque et temps : un apéritif en finance [y aller](#)
9. Croissance et demande de facteurs

## Bibliographie

- ▶ *Economics*, D. Acemoglu, D. Laibson, J. List, 2018
- ▶ *L'économie*, L'équipe CORE, [ebook](#)

# L'organisation des TDs et du contrôle continu

Chaque TD :

- ▶ commencera par quelques questions de cours (simples)
- ▶ continuera par un ou deux exercices (énoncés disponibles à l'avance)
- ▶ se terminera par une discussion autour d'un document à lire en amont

La note de contrôle continu

- ▶ comptant pour 1/3 de la note finale
- ▶ prendra en compte:
  - ▶ les réponses aux questions de cours
  - ▶ la participation aux discussions

# La démarche scientifique en économie

# La modélisation des phénomènes économiques

- ▶ Le fonctionnement de l'économie dépend
  - ▶ des actions / choix de millions d'individus
  - ▶ des effets de leurs décisions sur le comportement des autres
- ⇒ impossible de comprendre l'économie en décrivant le tout minutieusement
- ⇒ Utilisation de **modèles**, i.e. de systèmes simplifiés
  - ▶ focalisés sur les actions et interactions pertinentes
  - ▶ pour comprendre le phénomène étudié
- ▶ Par exemple :
  - ▶ le graphique précédent ne représente pas fidèlement les interactions
  - ▶ mais permet de comprendre les externalités (imaginer une équation par flèche)

# La construction d'un modèle économique

Le processus de construction d'un modèle suit généralement les étapes suivantes

1. Identification du **phénomène** à expliquer / comprendre
  - ▶ généralement via l'analyse de données (séries temporelles, corrélation)
2. Construction de l'**environnement** simplifié dans lequel les "agents" agissent
3. Formulation d'**hypothèses** sur la manière dont ils agissent et interagissent
4. Détermination du **résultat** de ces actions
5. Étude de la manière dont certains **paramètres** (de l'environnement, des choix ou des interactions) modifient le résultat

Les modèles utilisent comme outils les **mathématiques** qui leur permettent de conserver logique et cohérence interne.

# Tester et calibrer un modèle économique

- ▶ Les résultats d'un modèle et l'influence des divers paramètres
- ▶ forment des **prédictions** que les économistes testent sur des données
  - ▶ statistiques publiques, données d'enquêtes, expériences,...
- ▶ si les données **réfutent** ces prédictions, le modèle doit être amendé
  - ▶ en corrigeant les hypothèses de comportement et d'interaction, ou
  - ▶ l'environnement considéré (éléments inclus/exclus)
- ▶ Une fois le modèle "validé" les données permettent également de le **calibrer**
  - ▶ c'est-à-dire de fixer certains paramètres
- ▶ Il peut alors être utilisé
  - ▶ par les gouvernements, banques centrales, régulateurs, ONGs,...
  - ▶ pour anticiper l'effet d'une politique/intervention ou formuler des prévisions

# Les principes unifiant de la démarche scientifique en économie

La grande majorité des raisonnements en science économique repose sur trois concepts

## 1. l'optimisation

- ▶ en fonction de l'information qu'ils possèdent
- ▶ de leurs croyances et de leurs préférences
- ▶ les agents économiques choisissent la **meilleure** option disponible

## 2. l'équilibre

- ▶ les **systèmes** économiques issus de ces choix tendent à être à l'équilibre
- ▶ *i.e.* au point où aucun n'a intérêt à changer, étant donné le choix des autres

## 3. l'empirisme

- ▶ les données sont utilisées pour développer des théories et les tester
- ▶ en essayant d'isoler les liens de **causalité**



# Choix et optimisation

- ▶ L'économie analyse comment les individus et organisations opèrent des choix
- ▶ Pour cela elle suppose qu'ils **optimisent** (ou essaye d'optimiser)
  - ▶ leurs décisions et les ressources qu'ils y consacrent
  - ▶ en fonction de ce qu'ils savent, croient et peuvent
- ▶ On dit également qu'ils **arbitrent** entre différentes options
  - ▶ ayant chacune des bénéfices et des coûts
  - ▶ qui peuvent être des **coûts d'opportunités**, de renoncement (exemple des loisirs)
- ▶ Ces arbitrages peuvent être sujet à des **biais** cognitifs ou comportementaux
  - ▶ à l'origine notamment de la théorie des nudges (Richard Thaler, 2017)
  - ▶ qui peuvent être inclus dans les modèles

# Interactions et équilibre

- ▶ Dans la plupart des problèmes étudiés, les conséquences d'un choix
- ▶ dépendent du choix d'autres agents (production, localisation, OS, vote,...).
  
- ▶ On a alors un **système** de choix optimaux interdépendants
- ▶ et la plupart des modèles se concentrent sur l'équilibre de ce système
  
- ▶ À l'équilibre, aucun acteur n'a intérêt (ou n'estime avoir intérêt)
- ▶ à modifier **unilatéralement** son choix
  
- ▶ Il existe parfois plusieurs équilibres
- ▶ le rôle des institutions est alors de **coordonner** les acteurs, vers le "meilleur"
  
- ▶ En général, on cherche à comprendre et mesurer l'impact des paramètres
- ▶ sur les choix d'équilibre. On parle alors de **statique comparative**

# Causalité et corrélation : les expériences en économie

- ▶ Ce type de résultats, et leur vérification empirique, nécessitent
  - ▶ de raisonner *toutes choses égales par ailleurs* (ceteris paribus)
  - ▶ de ne pas confondre causalité et corrélation. Exemples
    - ▶ quantité de rouge dans les publicités et ventes
    - ▶ prix de la bague et probabilité de divorces
    - ▶ pratique du jogging et santé
  
- ▶ Pour cela, les économistes
  - ▶ utilisent et développent des modèles *statistiques* (économétrie)
  - ▶ ont recours à des expériences :
    - ▶ en laboratoire (économie expérimentale)
    - ▶ naturelles (en exploitant par exemple des réformes)
    - ▶ aléatoires contrôlées (Banerjee, Duflo et Kremer 2019)

# Les prises de décisions économiques

# Préférences et rationalité

- ▶ Afin de modéliser le choix des acteurs économiques
- ▶ on suppose qu'ils forment des préférences
- ▶ sur les conséquences possibles de ces choix, appelés **alternatives**
  
- ▶ et qu'ils se comportent conformément à ces préférences
  - ▶ si un touriste préfère aller à Marseille qu'à Paris (à coût donné)
  - ▶ et qu'il peut choisir entre les deux destinations (à budget donné)
  - ▶ alors il choisira d'aller à Marseille
- ▶ on parlera alors de **rationalité**
  
- ▶ La rationalité économique tient dans la **cohérence** entre choix et préférences
- ▶ pas dans la nature de ces préférences, qui peuvent être
  - ▶ différentes entre les acteurs, altruistes, biaisées,...

# Représentation des préférences

## Formellement

- ▶ les préférences sont représentées par une **relation d'ordre** où
- ▶  $a' \succeq a''$  signifie que l'alternative  $a'$  est au moins aussi bonne que  $a''$ 
  - ▶ au sens des préférences de l'acteur considéré
- ▶  $a' \succ a''$  ( $a'$  est strictement préféré à  $a''$ ) si  $a' \succeq a''$  mais  $a'' \not\preceq a'$
- ▶  $a' \sim a''$  si  $a' \succeq a''$  et  $a'' \succeq a'$ . Dans ce cas,  $a'$  et  $a''$  sont équivalentes
  - ▶ au sens des préférences de l'acteur considéré
- ▶ on parlera alors d'**indifférence**
- ▶ L'ensemble des alternatives, noté  $\mathcal{A}$  représentera alors l'ensemble (fini)
- ▶ des situations possibles de fait du choix des acteurs considérés

# Préférences et fonction d'utilité

- ▶ Si cette relation d'ordre est
  - ▶ complète :  $\forall a', a'' \in \mathcal{A}, a' \succ a'', a'' \succ a' \text{ ou } a' \sim a''$
  - ▶ transitive :  $a' \succeq a'' \text{ et } a'' \succeq a''' \Rightarrow a' \succeq a'''$
- ▶ alors l'hypothèse de rationalité permet de modéliser les choix
- ▶ Et les préférences peuvent également être représentée par une fonction
- ▶ appelée fonction d'utilité

## Proposition

*Toute relation de préférences complète et transitive sur un ensemble fini d'alternatives  $\mathcal{A}$  peut être représentée par une fonction  $u : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ , telle que*

$$a' \succeq a'' \Leftrightarrow u(a') \geq u(a'')$$

*Preuve : existence d'une alternative min et max puis réduction de l'ensemble*

*Remarque : cette représentation n'est pas unique (concept ordinal)*

# Choix optimal

- ▶ Dans le cas simple où le choix concerne directement l'alternative
- ▶ le choix optimal de l'agent consistera à maximiser  $u(.)$
  
- ▶ Lorsque la variable de choix et les préférences sont continues
  - ▶ l'ensemble des alternatives préférées à  $a$  est un ensemble fermé  $\forall a$
  - ▶ il existe une représentation  $u(.)$  continue. Quand elle est dérivable
  - ▶ le choix optimal satisfera (sous les "bonnes" conditions)  $u'(a^*) = 0$ .
  
- ▶ On parle de **marginalisme** :
  - ▶ Le principe d'optimisation induit une réflexion à la marge :
  - ▶ à l'optimum, aucun "déplacement" (dans un sens ou dans l'autre)
  - ▶ n'est désirable (étant données les préférences).
  - ▶ (Fonctionne également en discret en comparant les gains/pertes entre options)



# Coûts et bénéfices

- ▶ Si on peut mesurer l'utilité (*i.e.* la désirabilité) d'une alternative (ici d'un choix)
- ▶ sous la forme de bénéfices et de coûts (notamment d'opportunité)
- ▶ et les rendre **comparables** (unité de mesure), on peut écrire

$$u(a) = v(a) - c(a)$$

où  $v(a)$  représente le bénéfice de l'alternative  $a$ , sa valeur  
et  $c(a)$  représente son coût

- ▶ (notez que la représentation des préférences devient alors cardinale)
- ▶ Le choix optimal revient à comparer bénéfice **marginal** et coût marginal
- ▶ et sous les "bonnes" conditions, il vérifie  $v'(a^*) = c'(a^*)$
- ▶  $a^*$  est préféré aux autres alternatives
  - ▶ soit parce qu'elles coûtent trop cher par rapport à leur bénéfice relativement à  $a^*$
  - ▶ soit parce que  $a^*$  apporte un bénéfice relatif qui en compense le coût

# Exemples et mécanismes

## 1. Consommation

- ▶ au café, j'arrête de consommer des expressos
- ▶ lorsque l'achat d'une unité **supplémentaire**
- ▶ me coûte plus que la satisfaction qu'elle me rapporte (coût d'opportunité inclus)

## 2. Travail / loisir

- ▶ un médecin décide de ses horaires d'ouverture
- ▶ en comparant bénéfice supplémentaire (recette, satisfaction des patients)
- ▶ et coût supplémentaire (fatigue, temps loin de sa famille) d'une heure de travail

## 3. Localisation

- ▶ lorsqu'il choisit de louer un appartement, un étudiant
- ▶ compare les coûts et bénéfices **relatifs**
- ▶ de chaque localisation (loyer, distance des commodités, de l'École,...)

# Interactions

- ▶ Dans la plupart des situations économiques,
  - ▶ le lien entre choix et conséquence (ou alternative) n'est pas si direct
  - ▶ par exemple parce qu'il est incertain (cf. chapitre 8)
  - ▶ ou parce qu'il **dépend** du choix des autres acteurs (cf. 2 derniers exemples)
- 
- ▶ Dans ce cas, choix et alternatives doivent être séparés
  - ▶ et en notant  $x_i$  le **choix** de l'acteur  $i$  et  $x_{-i} = (x_j)_{j \neq i}$  les choix des autres
  - ▶ les préférences de  $i$  seront représentées par la fonction d'utilité

$$U_i(x_i, x_{-i})$$

(les alternatives sont alors fonction de  $(x_i, x_{-i})$ )

# Meilleure réponse et équilibre

- ▶ En appliquant le raisonnement précédent
- ▶ le choix optimal (de  $i$ ) est alors fonction du choix des autres
- ▶ on parle de **meilleure réponse**

$$MR_i : x_{-i} \mapsto \arg \max_{x_i} u_i(x_i, x_{-i})$$

- ▶ Et d'après les définitions précédentes, le système sera à l'équilibre
- ▶ si aucun des acteurs ne bénéficie à **changer** son choix
- ▶ étant donné ceux des autres. Formellement :

## Definition

$x^* = (x_i^*)$  est un équilibre (de Nash) si et seulement si  $\forall i, x_i^* \in MR_i(x_{-i}^*)$

# La théorie des jeux

- ▶ Armée de ce concept, une discipline entre économie et mathématiques
- ▶ modélise les **comportements stratégiques** des acteurs économiques
- ▶ lorsqu'ils sont en **interaction** : la théorie des jeux
  
- ▶ Un jeu est alors un modèle d'interactions stratégiques qui décrit
  - ▶ les joueurs, les stratégies (plans d'action) possibles
  - ▶ l'information qu'ils possèdent et leurs préférences
  
- ▶ Certains jeux très simples, impliquant des mises en situation abstraites
- ▶ modélisées sous forme de matrice de gain / d'utilité permettent de
- ▶ **mettre en évidence** certains mécanismes fondamentaux, comme
  - ▶ la coordination
  - ▶ la coopération

# Un problème simple de coordination : l'exemple de la corruption

- ▶ Soit un entrepreneur (joueur 1) devant obtenir une licence d'exploitation
- ▶ auprès d'une administration, représentée par un fonctionnaire (joueur 2)
- ▶ L'entrepreneur peut choisir d'essayer (ou non) accélérer la procédure
  - ▶ en proposant un pot de vin ( $x_1 = \{\text{Honnête}, \text{Corrompu}\}$ )
- ▶ Le fonctionnaire peut pour sa part suggérer (ou non) qu'une "rallonge"
  - ▶ pourrait accélérer la procédure ( $x_2 = \{\text{Honnête}, \text{Corrompu}\}$ )
- ▶ On suppose que les deux choix sont **simultanés** et que du fait
  - ▶ du pot de vin, des risques de poursuite, de l'aboutissement de la procédure

$$u_1(H,H) > u_1(C,C) > u_1(H,C) > u_1(C,H)$$

$$u_2(C,C) > u_2(H,H) > u_2(C,H) > u_2(H,C)$$

# Un problème simple de coordination : multiplicité d'équilibres

Dans ce cas

- ▶  $MR_1(H) = H$  ( $u_1(H, H) > u_1(C, H)$ ) ;  $MR_1(C) = C$  ( $u_1(C, C) > u_1(H, C)$ )
- ▶  $MR_2(H) = H$  ( $u_2(H, H) > u_2(H, C)$ ) ;  $MR_2(C) = C$  ( $u_2(C, C) > u_1(C, H)$ )

Et on obtient deux (!) équilibres : (H,H) et (C,C)

- ▶ Si l'autre joueur est honnête j'ai intérêt à l'être aussi, MAIS
- ▶ Si il est corrompu j'ai intérêt à l'être aussi!

⇒ Un équilibre se réalise uniquement si les joueurs se **coordonnent** sur le même

- ▶ les normes sociales ou les institutions peuvent permettre cette coordination
- ▶ (pensez par exemple au sens de conduite dans différents pays)

# Un problème simple de coopération : le dilemme du prisonnier

- ▶ Le jeu le plus connu en théorie des jeux est le dilemme du prisonnier.
- ▶ Dans ce jeu, deux joueurs
  - ▶ doivent simultanément choisir entre coopérer ( $x_i = C$ ) et trahir ( $x_i = T$ )
  - ▶ bénéficient de la coopération de l'autre, mais
  - ▶ ont individuellement intérêt à trahir

$$u_1(T,C) > u_1(C,C) > u_1(T,T) > u_1(C,T)$$

$$u_2(C,T) > u_2(C,C) > u_2(T,T) > u_2(T,C)$$

- ▶ Cette situation reflète par exemple les mécanismes
  - ▶ de la course à l'armement et de la persuasion nucléaire
  - ▶ de la déforestation et de la protection de la biodiversité
  - ▶ de l'interrogatoire de deux suspects



# Un problème simple de coopération : désirabilité de l'équilibre

- ▶ La représentation classique du dilemme du prisonnier
- ▶ et des préférences des joueurs est la suivante (en années de prison)

	$x_2 = C$	$x_2 = T$
$x_1 = C$	(-1,-1)	(-10,0)
$x_1 = T$	(0,-10)	(-5,-5)

chaque entrée représente  $(u_1(x_1, x_2), u_2(x_1, x_2))$

- ▶ on a ainsi  $MR_1(C) = T, MR_1(T) = T, MR_2(C) = T, MR_2(T) = T$
- ▶ Et l'unique équilibre est (T,T) celui où les deux joueurs trahissent
- ▶ Alors qu'ils préfèrent **unanimement** (C,C), d'où le dilemme
  - ▶ tension entre intérêt individuel et intérêt collectif, au centre des questions éco
- ▶ Qui ne peut être contourné que si l'accord de **coopération**, bénéfique ex-ante
  - ▶ peut être mis en application ex-post (par ex. par une tierce partie)
- ▶ ou en "créant" de l'altruisme (*i.e.* en changeant les préférences)

# La théorie des jeux en action : les enchères

- ▶ Ces mécanismes et concepts simples de la théorie des jeux
  - ▶ ont des implications fortes dans certains marchés spécifiques
  - ▶ où un vendeur unique fait face à un "petit" nombre d'acheteurs, comme
    - ▶ les marchés publics,
    - ▶ la publicité par mots-clé sur internet
  
  - ▶ Dans ce cas, des procédures d'appels d'offre et d'enchères sont mis en place
- ⇒ la conséquence d'une offre est complètement **dépendante** des autres offres
- ▶ Armés de la théorie des jeux, pour maximiser les gains du vendeur
    - ▶ et éviter les accords entre acheteurs
  - ▶ les économistes préconisent un type d'enchère spécifique, a priori étrange :  
les enchères **au second prix**

# Les enchères au second prix : principe et intérêt

- ▶ Un objet indivisible (espace publicitaire, licence d'exploitation, tableau)
- ▶ est vendu suivant la procédure suivante :
  1. chaque acheteur potentiel soumet sous enveloppe une proposition
  2. l'acheteur qui soumet la plus grande offre gagne l'objet et paye dans ce cas pour l'acquérir le **second meilleur prix** offert
- ▶ Aussi appelé enchère de Vickrey, ce type de mécanisme est utilisé
  - ▶ par les plate-formes (Yahoo ou Google) pour la publicité en ligne (cf. Moodle pour un document détaillant la généralisation utilisée)
  - ▶ par certains gouvernement pour l'allocation de licences d'exploitation (téléphonie mobile 3G au Royaume-Uni et en Nouvelle-Zélande)
- ▶ car il conduit les acheteurs à **rélever** la valeur qu'ils accordent à l'objet

# Les enchères au second prix : modélisation

On suppose

- ▶ que chaque acheteur potentiel  $i$ , a une **évaluation**  $v_i$  pour l'objet
  - ▶ qui reflète toute valeur objective ou subjective qu'il lui accorde
- ▶ que son utilité / ses **préférences** sont mesurées par la différence
- ▶ entre cette évaluation et le prix payé pour obtenir le bien

En notant

- ▶  $b_i$  son choix, *i.e.* l'enchère qu'il soumet
- ▶  $i$  gagnera l'enchère si  $b_i > b_j \forall i \neq j$  et payera alors l'objet  $p_i = \max_{j \neq i} b_j$  et

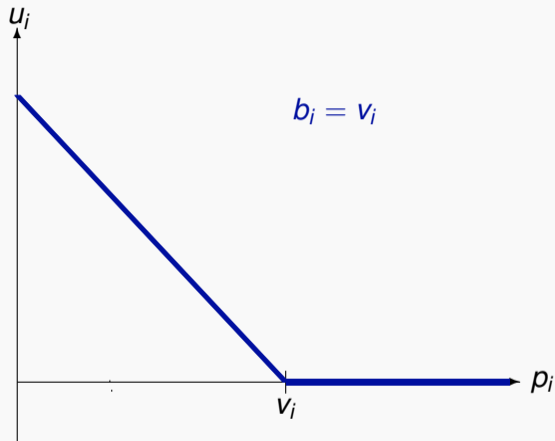
$$u_i(b_i, b_{-i}) = \begin{cases} v_i - \max_{j \neq i} b_j & \text{si } b_i > \max_{j \neq i} b_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

(on néglige pour simplifier le cas où  $b_i = p_i$ )

# Les enchères au second prix : résolution

- ▶ Ce jeu est plus complexe que ceux décrit précédemment
- ▶ notamment parce que l'ensemble des stratégies n'est pas fini.
- ▶ On peut toutefois montrer que l'équilibre revient à ce que chacun
- ▶ révèle la valeur qu'il accorde au bien :  $b_i^* = v_i \forall i$ .
- ▶ En effet,  $\forall i$   $v_i$  appartient à la meilleur réponse de  $i$  quelque soit  $b_{-i}$
- ▶ et plus précisément quelque soit  $p_i = \max_{j \neq i} b_j$

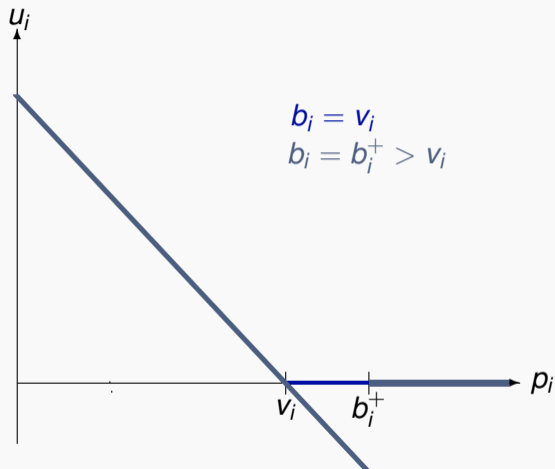
# Les enchères au second prix : analyse graphique (1)



Proposer  $b_i = v_i$  permet de ne gagner l'enchère que lorsque cela est préféré

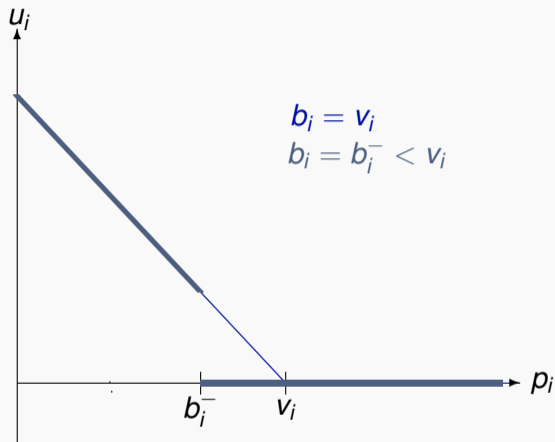
$$u_i(v_i, b_{-i}) = (v_i - p_i)^+$$

## Les enchères au second prix : analyse graphique (2)



Proposer  $b_i = b_i^+ > v_i$  permet uniquement de gagner l'enchère dans des situations où ce n'est pas souhaitable ( $p_i \in ]v_i, b_i^+[$ )

## Les enchères au second prix : analyse graphique (3)



Proposer  $b_i = b_i^- < v_i$  fait uniquement perdre l'enchère dans des situations où son gain est souhaitable ( $p_i \in ]b_i^-, v_i[$ )



# Les enchères au second prix : Conclusion

- ▶ Révéler la valeur qu'on accorde au bien, donne ainsi
    - ▶ quelque soit le choix des autres
  - ▶ un paiement au moins égal à celui de toutes autres stratégies
    - ▶ et parfois strictement plus
- ⇒ À l'équilibre chaque participant enchérira le montant max qu'il est prêt à payer
- ▶ et l'organisateur obtient un prix proche du prix maximum possible si
    - ▶ il y a beaucoup de participants et que leurs évaluations sont proches
    - ▶ (cf. sur Moodle un document analysant le cas des licences 3G)
  - ▶ on peut noter ici les similitudes avec les enchères ascendantes classiques
- 
- ▶ Dans la suite du cours, nous allons
    - ▶ généraliser le lien entre ce qu'on appellera **consentement à payer** et prix
    - ▶ étudier comment le prix est fixé dans différents contextes **concurrentiels**
    - ▶ discuter la désirabilité du résultat et les éventuelles **corrections** nécessaires

# Le marché : demande, offre et équilibre

# Fonction de satisfaction et utilité

- ▶ Considérons maintenant le cas des biens de consommation
- ▶ où l'acheteur  $i$  observe un **prix unitaire**  $p$ 
  - ▶ supposé ici constant (on relâchera cette hypothèse en TD et en cours de 2A)
- ▶ et doit choisir la quantité ( $q_i$ ) qu'il en achète
  
- ▶ En généralisant les concepts précédent, on considère qu'il compare
  - ▶ la satisfaction qu'il retire de la consommation de ce bien,
  - ▶ aux dépenses que cela engage :  $p \cdot q_i$
  
- ▶ On suppose d'abord pour simplifier que sa satisfaction est
  - ▶ indépendante du prix unitaire et de la quantité consommée par les autres
  - ▶ et une fonction croissante et continue de la quantité qu'il achète, notée  $v_i(q_i)$
  
- ▶ L'utilité retirée de la consommation de  $q_i$  unités au prix  $p$  s'écrit alors :

$$u_i(q_i, p) = v_i(q_i) - p \cdot q_i$$

# Choix de consommation et demande individuelle

- ▶ Si on suppose que cette fonction de satisfaction est concave, c'est-à-dire
- ▶ que la **satisfaction** marginale est décroissante avec la quantité déjà achetée
  - ▶ par exemple pour des raisons de satiété pour les biens alimentaires
  - ▶ ou d'opportunité pour les autres (essence, énergie,...)
- ▶ Alors le choix de consommation optimal  $q_i^*$  au prix  $p$  vérifiera

$$u'_i(q_i^*, p) = 0 \Rightarrow v'_i(q_i^*) = p \Rightarrow q_i^* = (v'_i)^{-1}(p) \equiv D_i(p)$$

- ▶ La fonction  $D_i(\cdot)$ , appelée demande individuelle
  - ▶ reflète comment la consommation de  $i$  varie avec le prix du bien considéré
  - ▶ est **décroissante** du fait de la concavité de  $v_i(\cdot)$

# Fonction de demande

- ▶ L'agrégation des demandes individuelles détermine les quantités
- ▶ achetées au prix (supposé identique)  $p$  par l'ensemble des acheteurs.

$$D(p) = \sum_i D_i(p)$$

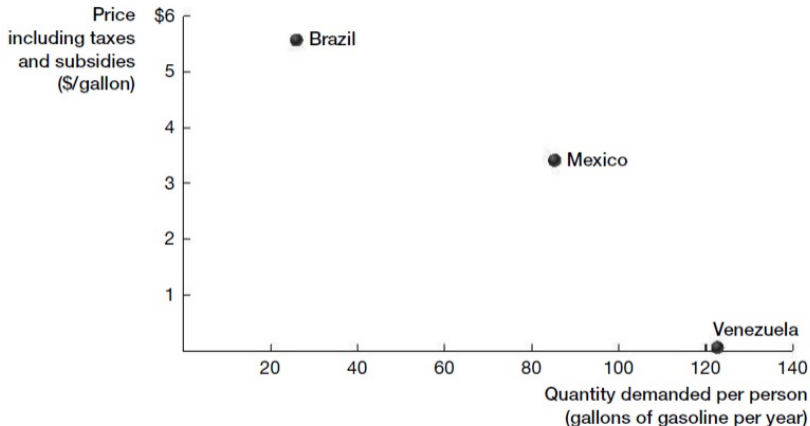
- ▶ est appelée fonction de demande du bien considéré
  - ▶ et sera décroissante comme somme de fonctions décroissantes.
- ⇒ toutes choses égales par ailleurs, les quantités consommées d'un bien diminuent avec son prix

# La fonction de demande en pratique

## Exhibit 4.5 The Quantity of Gasoline Demanded (per person) and the Price of Gasoline in Brazil, Mexico, and Venezuela (2013)

There is a negative relationship between price and quantity demanded in the gasoline market.

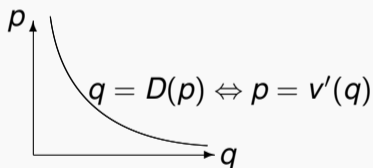
Source: Data from quantity demanded is from the Organisation for Economic Development and Co-ordination. After-tax, after-subsidy gasoline prices are from AIRINC.



Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

## Fonction de demande et agent représentatif

- ▶ Si les préférences des  $n$  consommateurs sont les mêmes :  $v_i(\cdot) = v(\cdot) \forall i$
- ▶ alors  $D(p) = n.(v')^{-1}(p)$
  
- ▶ On poussera parfois la simplification jusqu'à supposer
- ▶ qu'il n'y qu'un seul consommateur **représentatif** ( $n = 1$ ).
- ▶ dans  $(p, q)$ , fonction de demande et satisfaction marginale coïncident alors



### Remarque

*Une autre manière d'obtenir une fonction de demande repose sur les notions de droite de budget et de courbes d'indifférence (cf. vidéos sur Moodle)*

# Prix et structure de marché

- ▶ La fonction de demande détermine donc les quantités achetées
  - ▶ en fonction du prix.
- ▶ Mais comment ce prix est-il déterminé?
- ▶ Cela dépend de la **structure de marché**, c'est-à-dire
  - ▶ du nombre d'entreprises proposant le bien considéré
  - ▶ et exactement celui-ci (sinon la fonction de satisfaction change)
- ▶ Le cas le plus simple est celui du **monopole**, puisqu'alors
- ▶ la demande à laquelle fait face l'unique entreprise produisant le bien
- ▶ est la demande totale  $D(p)$ .



# Entreprises, technologie et fonction de coût

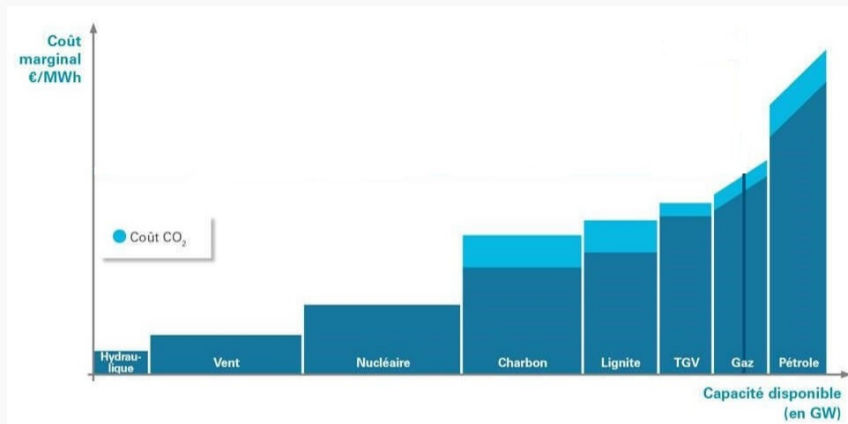
- ▶ Comme pour les consommateurs, avec la fonction de satisfaction,
- ▶ on représentera les producteurs, les entreprises
- ▶ par la technologie qu'ils utilisent, via leur **fonction de coût**.
  
- ▶ Cette fonction détermine, pour chaque niveau de production possible  $q$
- ▶ le coût total que cela représentera pour l'entreprise :  $C(q)$ .
  
- ▶ C'est une représentation de sa **technologie** puisqu'elle reflète
- ▶ la quantité de matières premières, d'équipement et de travail (et leur prix)
- ▶ nécessaire pour produire la quantité spécifiée

# Convexité de la fonction de coûts

Cette fonction de coût est généralement supposée convexe pour refléter

1. la fatigue des travailleurs et l'usure des machines  
(on parle de **rendements décroissants** des facteurs de production)
2. les contraintes de **capacité** (des machines... et des travailleurs)  
nécessitant de investissement supplémentaires, et donc des coûts fixes  
une fois ces capacités dépassées
3. le fait que le producteur ait d'abord recours aux ressources et technologies  
les plus productives et les moins coûteuses (ex. agriculture ou énergie)

# Convexité de la fonction de coûts : le cas de l'énergie



Source : engie.be (TGV = Turbine-Gaz-Vapeur)

- ▶ Vision à court terme (ici en fonction des capacités disponibles)
- ▶ À long terme,  $C(q)$  est impactée par l'investissement et l'innovation

# La fonction de profit

- ▶ On considère dans un premier temps que l'entreprise (ou ses propriétaires)
- ▶ a pour objectif de **maximiser** son profit
- ▶ c'est-à-dire la différence entre ses bénéfices et ses coûts

$$\Pi(p, q) = p \cdot q - C(q)$$

(si les quantités vendues et les quantités produites sont les mêmes)

- ▶ Une fois la logique comprise, on pourra rajouter des considérations
  - ▶ sociales, environnementales, d'égalité
  - ▶ (cf. cours Organisation et gestion de l'entreprise)

## Le comportement optimal du monopole

- ▶ Une entreprise en monopole (par exemple protégée par un brevet)
- ▶ fixera alors le prix maximisant son profit
- ▶ anticipant la demande à laquelle elle fera face
  - ▶ qu'elle connaît grâce à des études de marché par exemple

$$\max_p \Pi(p, D(p)) \Leftrightarrow \max_p p \cdot D(p) - C(D(p))$$

(l'entreprise n'a pas intérêt à produire plus qu'elle anticipe vendre)

⇒ le prix unitaire constant proposé par une entreprise en monopole satisfait :

$$\begin{aligned} D(p^M) + (p^M - C'(D(p^M))) D'(p^M) &= 0 \\ \Leftrightarrow p^M - C'(D(p^M)) &= -\frac{D(p^M)}{D'(p^M)} \end{aligned}$$

(les hypothèses sur  $D(\cdot)$  et  $C(\cdot)$  garantissent que l'optimum est intérieur)

# L'élasticité prix de la demande

- ▶ Le terme de droite reflète comment la demande varie avec le prix
- ▶ *i.e.* comment les consommateurs réagissent à des changements de prix
  
- ▶ pour mesurer plus précisément cette **réactivité**,
- ▶ on définit l'élasticité prix de la demande comme l'impact (en valeur absolue)
  - ▶ d'une variation d'un pourcent du prix
  - ▶ sur les quantités demandées (en pourcentage)

## Definition

L'élasticité prix de la demande  $\varepsilon_D(p)$  qui mesure la sensibilité de la demande au

prix est définie par : 
$$\varepsilon_D(p) = -\frac{p \cdot D'(p)}{D(p)}$$

- ▶ Elle peut être comprise (avec un abus de notation) comme

$$\varepsilon_D(p) = \left| \frac{d \ln D}{d \ln p} \right| = \left| \frac{dD/D}{dp/p} \right| = -\frac{p \cdot dD/dp}{D}$$

# L'élasticité prix de la demande : quelques exemples

## Exhibit 5.13 Examples of Various Price Elasticities

Price elasticities are presented for a number of goods that are commonly consumed. The higher the price elasticity of demand, the more elastic is the demand for that good. For example, demand for shampoo is inelastic, whereas demand for olive oil is elastic.

Goods Category	Price Elasticity <sup>3</sup>
Olive Oil	1.92
Peanut Butter	1.73
Ketchup	1.36
Wine	1.00
Laundry Detergent	0.81
Shampoo	0.79
Potato Chips	0.45
Cigarettes	0.40

Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

à l'aide de divers articles de recherche

# Tarification du monopole et élasticité

- ▶ On peut ainsi réécrire le prix fixé par le monopole comme :

$$\frac{p^M - C'(q^M)}{p^M} = \frac{1}{\varepsilon_D(p^M)}$$

## Proposition

*Le taux de marque (ou pourcentage de marge) du monopole est inversement proportionnel à l'élasticité prix de la demande. Ainsi, plus les consommateurs seront sensibles aux variations de prix, moins le prix du monopole pourra s'écartier du coût marginal.*

## Remarques

- ▶ le taux de marque est ici calculé sur la dernière unité vendue
- ▶ on fait l'hypothèse que le prix unitaire est constant (relâchée en TD)



# Problème dual et fonction de demande inverse

- ▶ On a raisonné comme si l'entreprise en monopole choisissait le prix
- ▶ en anticipant les quantités vendues.
  
- ▶ Le problème dual fournit également des conclusions intéressantes.
  
- ▶ On peut en effet imaginer qu'elle choisisse quelles **quantités** produire
- ▶ en anticipant le prix auquel elle pourra les vendre.
  
- ▶ Le comportement optimal des consommateurs nous donne une relation
- ▶ qui peut être interprétée dans les deux sens :  $q = D(p)$  ou  $p = P(q)$ .
  
- ▶ On appellera  $P(\cdot)$  la fonction de demande inverse  
(elle coïncide avec la satisfaction marginale de l'agent représentatif)

# Tarification du monopole et recette marginale

- ▶ Le problème (dual) du monopole peut alors s'écrire

$$\max_q \Pi(P(q), q) \Leftrightarrow \max_q P(q).q - c(q)$$

- ▶ Donnant (vues les hypothèses sur  $v(\cdot)$  et  $c(\cdot)$ )

$$P(q^M) + P'(q^M).q^M = c'(q^M)$$

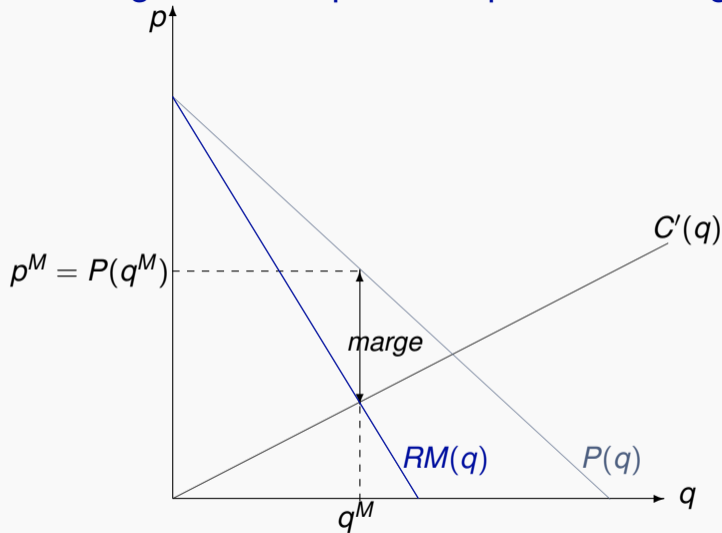
- ▶ Cette écriture permet de comprendre que

## Proposition

*Le choix optimal d'une entreprise en monopole revient à égaliser recette marginale et coût marginal*

- ▶ en effet, le terme de gauche reflète l'effet d'une  $\uparrow$  de  $q$  sur les recettes ( $p.q$ )
- ▶  $P(\cdot)$  étant décroissante, le prix du monopole est supérieur à son coût marginal

# Tarification et marge du monopole : Représentation graphique



$$RM(q) = P(q) + P'(q) \cdot q$$

# L'effet de la concurrence : le retour de la théorie des jeux

- ▶ Lorsque plusieurs entreprises vendent (exactement) le même bien (on peut par exemple penser aux stations service ou aux cartes de crédits),
- ▶ la demande auxquelles elles font face, c'est-à-dire
  - ▶ la quantité qu'elles peuvent vendre à un prix donné, ou
  - ▶ le prix auquel elles peuvent vendre une quantité donnée
- ▶ dépend des choix (de prix ou de quantité) des autres firmes
- ▶ on est donc de nouveau dans un contexte d'interaction stratégique.
  
- ▶ La théorie des jeux nous permet de comprendre l'impact de cette concurrence
- ▶ sur les choix des entreprises.
  
- ▶ On considérera ici le cas simple où deux entreprises se font concurrence
  - ▶ en prix (la demande déterminant les quantités)
  - ▶ en quantités (la demande inverse déterminant le prix)

# Concurrence en prix : le duopole de Bertrand

- ▶ Lorsque les entreprises se font concurrence en prix
- ▶ et que leurs biens sont identiques,
- ▶ les consommateurs se tourneront tous vers le bien le moins cher :

$$D_i(p_i, p_j) = \begin{cases} D(p_i) & \text{si } p_i < p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \\ D(p_i)/2 & \text{si } p_i = p_j \end{cases}, i, j \in \{1, 2\}; j \neq i$$

- ▶ Ainsi, en l'absence de contrainte de capacité, la meilleure réponse sera de proposer un prix juste en dessous de celui du concurrent :

$$MR_i(p_j) = p_j - \varepsilon \text{ avec } \varepsilon \rightarrow 0$$

tant que cela est profitable.

# Duopole de Bertrand avec coût marginal constant

- ▶ Dans le cas d'un coût marginal constant :  $C(q) = c \cdot q$
- ▶ identique pour les deux firmes, cela sera le cas tant que  $p_i > c$  :  
 $\Pi(p_i, q_i) = (p_i - c) \cdot q_i$ .
- ▶ Alors, l'unique équilibre sera  $p_1 = p_2 = c$ 
  - ▶ en tout autre point, l'une des entreprises à intérêt à modifier son prix
- ▶ Ainsi, dans ce cas, la concurrence d'une autre entreprise
- ▶ suffit à détruire complètement la **marge bénéficiaire**.
- ▶ Pour rétablir une marge, les entreprises doivent se démarquer l'une l'autre.

# Duopole de Bertrand avec biens différenciés

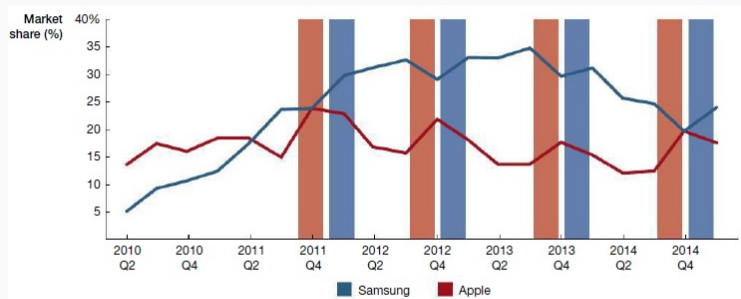
- ▶ Dans le plupart des duopoles (Boeing-Airbus) ou oligopoles (consoles de jeux, constructeurs automobiles, smartphones) que nous connaissons,
- ▶ les produits ne sont pas identiques. On dit qu'ils sont différenciés.
  
- ▶ Cela permet de sortir de la logique du **tout ou rien** concernant la demande :
- ▶ certains consommateurs achèteront le produit le plus cher
  - ▶ car ils valorisent sa différence.
  
- ▶ On modélise cet effet dans un duopole via une fonction de demande  $D_i(p_i, p_j)$
- ▶ continue, où  $dD_i(p_i, p_j)/dp_j$  mesure la **substituabilité** des deux biens

## Exercice

Montrer que si  $D_i(p_i, p_j) = 1 - p_i + \alpha \cdot p_j$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $i, j \in \{1, 2\}$ ,  $i \neq j$  et  $C(q) = c \cdot q$  pour les deux firmes, à l'équilibre  $p_i = p_j = (1 + c)/(2 + \alpha)$

# Duopole avec biens différenciés en pratique

- ▶ Quand une entreprise réduit son prix ou rend son produit plus attractif, cela réduit la demande pour le produit de l'autre firme.



**Exhibit 14.4 Apple and Samsung Smartphone Market Share**

The blue and red lines show the market share of Samsung and Apple, respectively, in percent. The shaded bars show the timing of new smartphone releases; the red bars show approximate times of iPhone releases, while the blue bars show approximate times of Samsung Galaxy releases.

Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List



# Concurrence en quantité : le duopole de Cournot

- ▶ Dans certains marchés, notamment agricole ou de la pêche,
- ▶ les producteurs décident des **quantités** mises sur le marché
- ▶ et le prix s'établit en fonction des quantités totales.
  
- ▶ Formellement, dans le cas d'un duopole (dit de Cournot)
- ▶ les entreprises choisissent les quantités  $q_1$  et  $q_2$
- ▶ et le prix s'établit à  $P(q_1 + q_2)$ , où  $P(\cdot)$  est la fonction de **demande inverse**
  
- ▶ Le profit de la firme  $i$  s'écrit alors

$$\Pi_i(q_i, q_j) = q_i \cdot P(q_i + q_j) - C_i(q_i)$$

# Duopole de Cournot : équilibre et marge

- ▶ La meilleure réponse de la firme  $i$  ( $\arg \max_{q_i} \Pi_i(q_i, q_j)$ ) satisfera donc :

$$P(q_i + q_j) + q_i \cdot P'(q_i + q_j) = C'_i(q_i)$$
$$\Leftrightarrow \frac{P(q) - C'_1(q_1)}{P(q)} = \frac{q_1}{q} \cdot \frac{-qP'(q)}{P(q)}$$

- ▶ Comme le dernier terme représente l'inverse de l'élasticité prix de la demande ( $P(q) = D^{-1}(q) \Rightarrow P'(q) = \frac{1}{D'(D^{-1}(p))} = 1/D'(p)$ ), on a

## Proposition

*Lorsque deux firmes se font concurrence en quantité, leur taux de marge est égale au quotient de leur part de marché sur l'élasticité prix de la demande.*

# Duopole de Cournot : généralisation

- ▶ Si les deux firmes (leurs technologies,  $C_i(\cdot)$ ) sont identiques,
- ▶ leurs meilleurs réponses sont symétriques et  $q_i = q_j = q/2$ .
- ▶ Ainsi leur taux de marque vaut  $1/(2 \cdot \varepsilon_D(p))$ .

- ▶ Ce résultat se généralise facilement à  $n$  firmes :
- ▶ lorsque  $n$  firmes identiques se font concurrence en quantité,  $\forall i$ :

$$\frac{P(q) - C'(q_i)}{P(q)} = \frac{1}{n \cdot \varepsilon_D(P(q))}$$

- ▶ On retrouve alors le résultat du monopole pour  $n = 1$
- ▶ et on observe que la marge tend vers 0 quand  $n$  tend vers l'infini.
- ▶ Ce dernier résultat est à la base de ce qu'on appelle la concurrence parfaite

# Concurrence parfaite : les hypothèses

Lorsque

1. plusieurs entreprises vendent un bien ou service **identique**,
  2. aucune n'est assez **puissante** pour influencer sur le prix,
  3. l'**entrée** (et la sortie) d'entreprises (ou d'acheteurs) n'est pas contrainte
  4. tous les participants ont une **connaissance** parfaite sur le bien ou service
- on dira que le marché est parfaitement concurrentiel.

Dans ce cas,

- ▶ les entreprises qui composent le marché sont **preneuses de prix** (price-taker)
- ▶ le prix de marché s'impose à elles.

## Concurrence parfaite : réalisme du modèle

- ▶ Si cette hypothèse d'atomicité peut sembler forte, elle reflète les
- ▶ mécanismes conduisant les entreprises à prendre le prix du marché comme donné.
  
- ▶ Par exemple, un nouveau boulanger s'installant dans un quartier ou un village
- ▶ doit s'adapter au prix pratiqué par les boulangeries déjà présentes
- ▶ et n'aura aucun intérêt à proposer un prix plus élevé.
  
- ▶ La situation hypothétique / conceptuelle de la concurrence parfaite est
- ▶ très utile comme référence pour comprendre comment prix et quantités
- ▶ sont impactés par divers changements (de préférences, de technologie,...)
- ▶ ou par certaines interventions publiques (subvention, taxe, quotas,...)

# Choix de production et coût marginal

- ▶ En concurrence, à prix unitaire  $p$  donné, le choix d'une entreprise
- ▶ revient donc à décider de la quantité qu'elle souhaite produire :

$$\max_{q_i} \Pi_i(p, q) \Leftrightarrow \max_{q_i} p \cdot q_i - C_i(q_i)$$

- ▶ Et du fait de la convexité de la fonction de coût,
- ▶ son comportement optimal sera de choisir de produire la quantité  $q_i^*$
- ▶ qui égalisera son **coût marginal** ou prix :  $C'_i(q_i^*) = p$
  
- ▶  $p$  est le **prix minimum** auquel l'entreprise accepte de vendre sa  $q_i^*$ ème unité.
- ▶ Pour une production supérieure à  $q_i^*$ , le prix de marché  $p$
- ▶ n'est pas suffisant pour couvrir le coût marginal de production

## Fonction d'offre

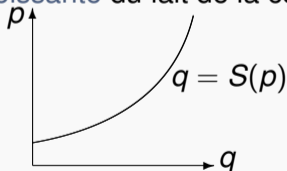
- ▶ La quantité produite/offerte par l'entreprise  $i$  au prix  $p$  vaut donc :

$$q_i^* = (C'_i)^{-1}(p)$$

- ▶ et l'agrégation des productions de chaque entreprise
- ▶ donnera les quantités disponibles sur le marché au prix  $p$

$$\sum_i (C'_i)^{-1}(p) \equiv S(p)$$

- ▶ Ceci définit la fonction d'offre, qui détermine les quantités produites
- ▶ en fonction du prix. Elle sera **croissante** du fait de la convexité des coûts.



- ▶ Comme pour la fonction de demande, elle correspond à la courbe de coût marginal de l'entreprise **représentative** :  $q = S(p) \Leftrightarrow p = C'(q)$

# L'équilibre concurrentiel

## Proposition

*À l'équilibre concurrentiel, les quantités produites sont égales aux quantités achetées. Le prix d'équilibre s'établit donc au point où :*

$$S(p^*) = D(p^*) = q^*$$

*Et, pour tout consommateur  $i$  et toute entreprise  $j$ , on a*

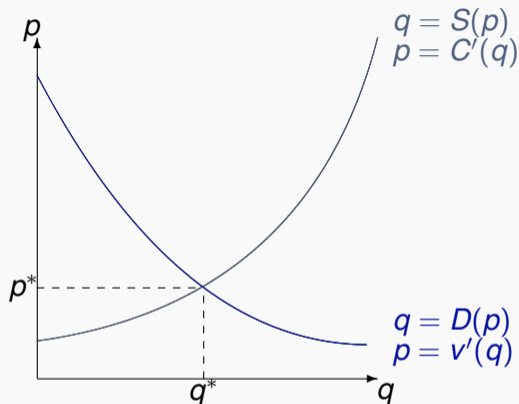
$$p^* = v'_i(q_i^*) = C'_j(q_j^*) \text{ avec } q^* = \sum_i q_i^* = \sum_j q_j^*$$

Ainsi, à l'équilibre

- ▶ le choix de chacun des acteurs est **optimal** (étant donné le prix)
- ▶ le prix s'établit de sorte qu'il n'y ait ni "gâchis", ni demande non satisfaite

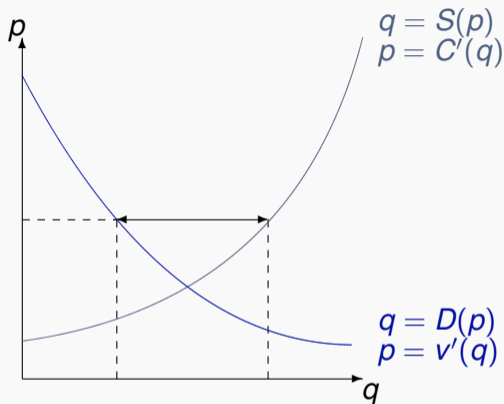


# L'équilibre concurrentiel : représentation graphique



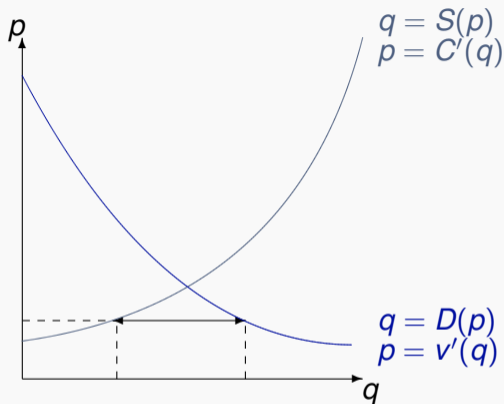
- ▶ L'équilibre existe si  $v'(0) > c'(0)$ , *i.e* si
  - ▶ le bien ou service apporte suffisamment de satisfaction aux consommateurs
  - ▶ et la technologie pour le produire est suffisamment "mature".

# L'équilibre concurrentiel : l'ajustement des prix (1)



- ▶ Lorsque  $p > p^*$ , il y a un excès d'offre
  - ▶ une partie de la production n'est pas vendue et
  - ▶ le prix s'ajuste à baisse pour l'écouler.

## L'équilibre concurrentiel : l'ajustement des prix (2)

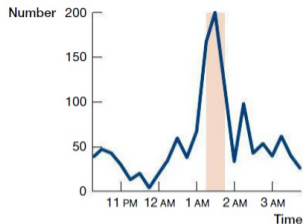


- ▶ Lorsque  $p < p^*$ , il y a un excès de demande
  - ▶ certains consommateurs n'arrivent pas à acheter la quantité qu'ils souhaitent
  - ▶ le prix s'ajuste à hausse pour combler cet écart (ex. : marché secondaire)

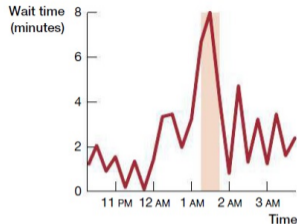
# L'équilibre concurrentiel : l'ajustement des prix en pratique (1)

- ▶ Cet ajustement des prix fonctionne-t-il en pratique?
- ▶ Certaines plate-formes de mises en contact comme Uber se sont spécialisées
- ▶ dans la mise en place d'algorithmes permettant d'ajuster offre et demande.
- ▶ Comme dans la théorie supra, vendeurs et acheteurs sont "preneurs de prix"
- ▶ et choisissent librement de participer ou non (à un prix donné) au marché.
- ▶ Ainsi, quand la demande augmente, le prix s'ajuste à la hausse
  - ▶ pour éviter l'excès de demande (et des temps d'attente important)
- ▶ Si ce n'était pas le cas (par exemple en cas de problème technique)
  - ▶ le temps d'attente augmente et le taux de remplissage diminue

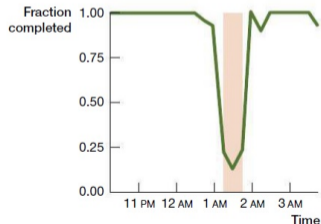
# L'équilibre concurrentiel : l'ajustement des prix en pratique (2)



(a) Number of Requests



(b) Wait Time



(c) Completion Rate

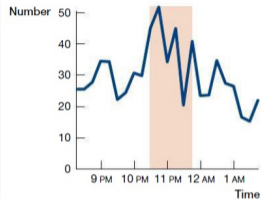
## Exhibit 7.17 A Natural Experiment: Demand Surge with a Fixed Price

On New Year's, 2015, Uber experienced a technical glitch that effectively eliminated surge pricing. During the outage, indicated by the shaded pink area, a spike in demand (panel (a)) led to an increase in wait times (panel (b)) and a sharp decrease in completion rate (panel (c)). Completion rate captures how many requests were met: it is the number of completed rides over total requests. Thus, the spike indicates the presence of excess demand, just as we predicted in panel (a) of Exhibit 7.16.

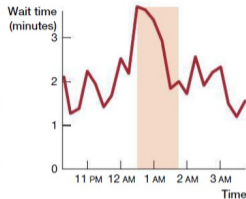
Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

# L'équilibre concurrentiel : l'ajustement des prix en pratique (3)

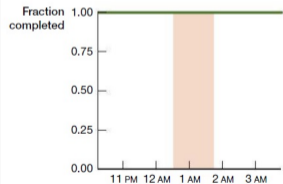
Quand l'ajustement se réalise, la hausse des prix réduit les requêtes



(a) Number of Requests



(b) Wait Time



(c) Completion Rate

## Exhibit 7.18 Demand Surge with Flexible Pricing

This exhibit shows Uber requests (panel (a)), wait times (panel (b)), and completion rates (panel (c)) directly after an Ariana Grande concert on March 21, 2015. During the shaded surge period, both requests and wait times increase only slightly, while completion rate remains near 100 percent. As in panel (b) of Exhibit 7.16, then, the increase in price helps equilibrate supply and demand, allowing for almost every request to be completed.

Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : un exemple

- ▶ L'égalisation par les prix de l'offre et de la demande
- ▶ permet de maximiser les gains à l'échange. On parlera d'efficacité.
  
- ▶ Avant de le montrer dans le cas général, l'exemple simple suivant
- ▶ permet de comprendre le mécanisme :
  
- ▶ On considère un marché avec 7 acheteurs et 7 vendeurs
- ▶ souhaitant acheter ou vendre des téléphones d'occasion (identiques)
- ▶ chacun possède une valeur de réserve, définit pour les
  - ▶ vendeurs comme le prix en dessous duquel ils ne veulent pas descendre :  $c_j$
  - ▶ acheteurs comme le prix au dessus duquel ils ne veulent plus acheter :  $v_i$
  
- ▶ L'échange entre  $i$  et  $j$  génère alors un gain total  $v_i - c_j$ 
  - ▶ partagé entre les deux en fonction du prix

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : un exemple de valeurs de réserve

## Exhibit 7.1 Reservation Values of Buyers and Sellers in the iPhone Market

In the iPhone market, we have seven buyers and seven sellers, each with their own reservation values for an iPhone. Together, the seven buyers make up the market demand for iPhones and the seven sellers compose the market supply for iPhones.

Buyer	Reservation Value (\$)	Seller	Reservation Value (\$)
Madeline	70	Tom	10
Katie	60	Mary	20
Sean	50	Jeff	30
Dave	40	Phil	40
Ian	30	Adam	50
Kim	20	Matt	60
Ty	10	Fiona	70

Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

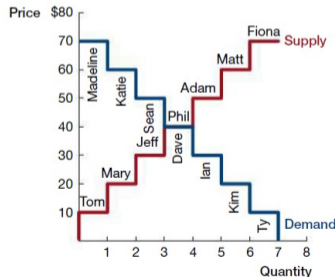


# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : le commissaire priseur

- ▶ Le prix déterminera également les transactions faisables  $p \in [c_j, v_i]$
- ▶ et si on suppose que toutes les transactions s'établissent au même prix
- ▶ le prix maximisant le nombre de transactions et donc les gains à l'échange est  $p$  tel que  $\#(i : v_i \geq p) = \#(j : c_j \leq p)$ , c'est-à-dire  $D(p) = S(p)$

**Exhibit 7.2** Demand and Supply Curves in the iPhone Market

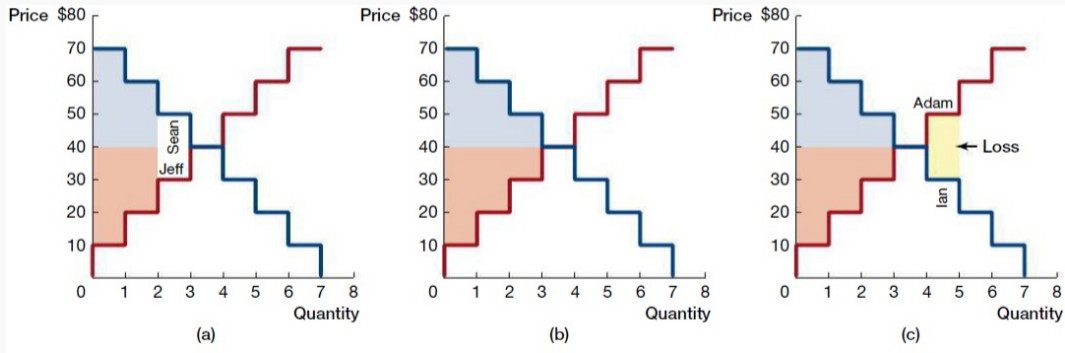
When we plot the demand and supply schedules from Exhibit 7.1, we end up with stepwise curves because each individual only demands or supplies one unit. The curves intersect at the equilibrium price of \$40, and at that price, four iPhones will be sold, identifying the equilibrium quantity of iPhones.



Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : représentation graphique

- ▶ À ce prix, toutes les transactions faisables sont réalisées
- ▶ et toute autre allocation/distribution des téléphones entraînerait des pertes



Source : Economics by Acemoglu, Laibson, and List

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : généralisation

- ▶ Ce résultat se généralise via la définition de la notion de **surplus**,
- ▶ qui mesure le gain à l'échange de chacun des acteurs.

▶ À prix et quantités donnés (on parlera d'allocation),

- ▶ le surplus d'un consommateur sera mesuré par son utilité :

$$u_i(q_i, p_i) = v_i(q_i) - p_i \cdot q_i$$

*i.e.* la différence entre ce qu'il était prêt à payer et ce qu'il paye

- ▶ le surplus d'un producteur sera mesuré par son profit :

$$\Pi_j(Q_j, p_j) = p_j \cdot Q_j - C_j(Q_j)$$

*i.e.* la différence entre ses recettes et ses coûts de production

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : surplus social

- ▶ La somme des gains générés par l'échange, appelé surplus social s'écrit alors :

$$\sum_i u_i(q_i, p_i) + \sum_j \Pi_j(Q_j, p_j) \equiv W((q_i)_i, (Q_j)_j, p)$$

- ▶ En notant que l'allocation n'est faisable que si  $\sum_i p_i \cdot q_i = \sum_j p_j \cdot Q_j$ 
  - ▶ c'est-à-dire si dépenses totales = recettes totales

- ▶ on remarque que le surplus social est **indépendant des prix**

$$W((q_i)_i, (Q_j)_j) = \sum_i v_i(q_i) - \sum_j C_j(Q_j)$$

- ▶ il dépend uniquement de la répartition des quantités échangées
- ▶ Les prix déterminent le partage de ces gains.

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : efficacité

## Definition

Une répartition des quantités produites et achetées (ou allocation) sera dite efficace si elle maximise le surplus social

- ▶ En remarquant qu'on aura alors nécessairement  $\sum_i q_i = \sum_j Q_j$ 
  - ▶  $\sum_i q_i > \sum_j Q_j$  infaisable ;  $\sum_i q_i < \sum_j Q_j$  inefficace

- ▶ les allocations efficaces sont solution de

$$\max_{(q_i), (Q_j)} \left\{ \sum_i v_i(q_i) - \sum_j C_j(Q_j) \right\}, \sum_i q_i = \sum_j Q_j$$

- ▶ En écrivant la contrainte comme  $q_1 = \sum_j Q_j - \sum_{i \neq 1} q_i$

- ▶ cela revient à  $\max_{(q_i), (Q_j)} \left\{ v_1 \left( \sum_j Q_j - \sum_{i \neq 1} q_i \right) + \sum_{i \neq 1} v_i(q_i) - \sum_j C_j(Q_j) \right\}$

# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : résultat

- ▶ En dérivant par rapport à  $q_i$  et  $Q_j$  on obtient  $\forall i, j$  :

$$v'_1(q_1) = v'_i(q_i) = C'_j(Q_j)$$

- ▶ c'est-à-dire les équations déterminant l'équilibre concurrentiel.

## Proposition

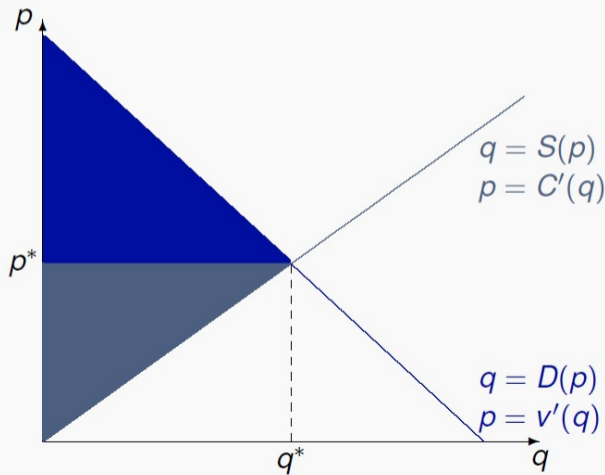
*L'équilibre concurrentiel aboutit à une allocation efficace des ressources. Le surplus social est maximisé à l'équilibre concurrentiel.*

## Remarque

*L'efficacité de l'allocation ne requiert pas de système de prix. Elle peut être atteinte par un planificateur (bienveillant) maximisant le surplus social.*

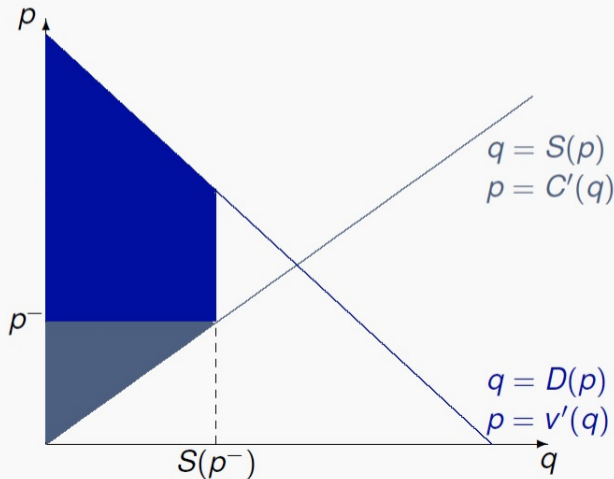
# L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : représentation graphique (1)

- ▶ Dans le cas d'un consommateur et d'une entreprise représentatifs :
  - ▶ le **surplus du consommateur** s'écrit :  $u(p, q) = v(q) - p \cdot q = \int v'(q) dq - p \cdot q$
  - ▶ le **surplus du producteur** s'écrit :  $\Pi(p, q) = p \cdot q - C(q) = p \cdot q - \int C'(q) dq$



## L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : représentation graphique (2)

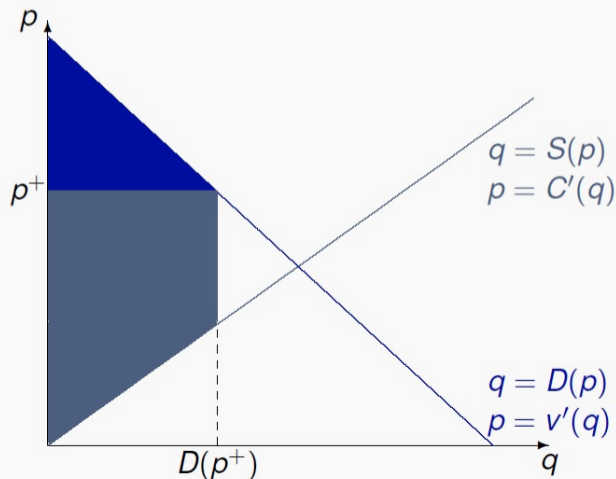
- ▶ Le surplus social diminue dès que le prix s'écarte du prix d'équilibre :
  - ▶ à la baisse





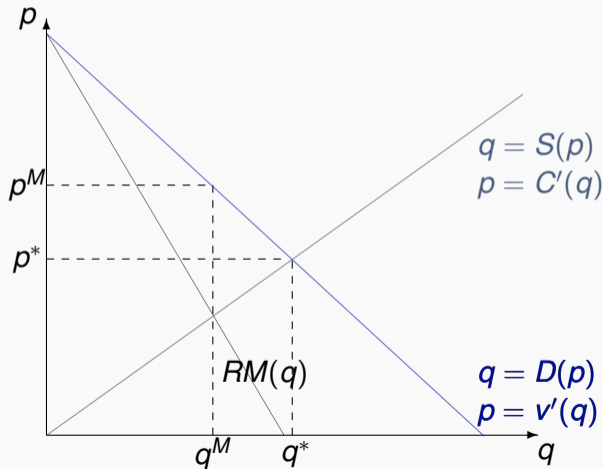
## L'efficacité de l'équilibre concurrentiel : représentation graphique (3)

- ▶ Le surplus social diminue dès que le prix s'écarte du prix d'équilibre :
  - ▶ ou à la hausse



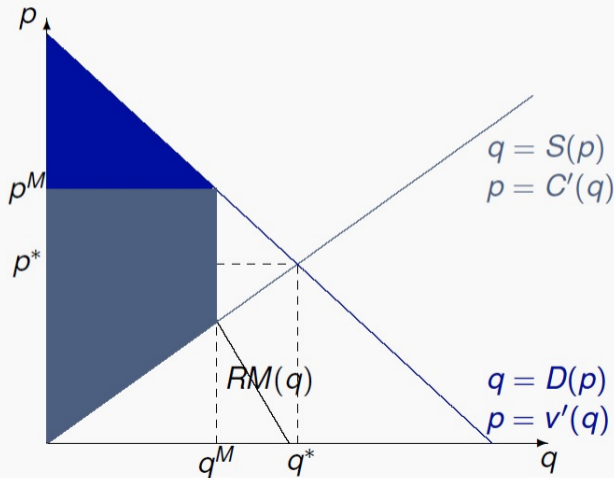
# Le perte de surplus liée au monopole

- ▶ C'est notamment le cas dans le cadre d'un monopole, qui produit
  - ▶ moins que les quantités efficaces ( $q^M < q^*$ )
  - ▶ pour vendre à un prix plus élevé ( $p^M > p^*$ )



# Le perte de surplus liée au monopole

- ▶ C'est notamment le cas dans le cadre d'un monopole, qui produit
  - ▶ moins que les quantités efficaces ( $q^M < q^*$ )
  - ▶ pour vendre à un prix plus élevé ( $p^M > p^*$ )



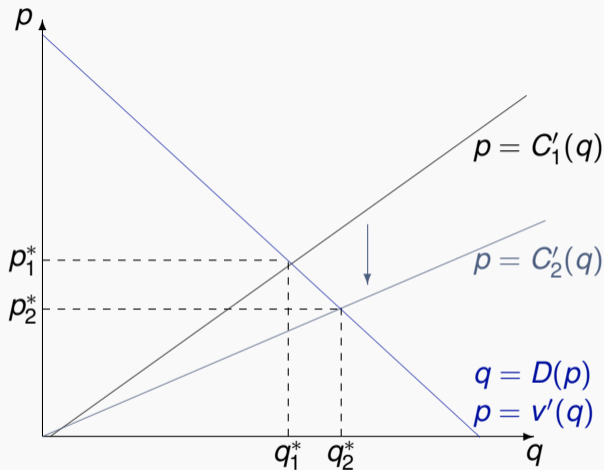
# Pouvoir de marché, concurrence et innovation

- ▶ Cette perte de surplus liée au monopole
- ▶ ou plus généralement au pouvoir de marché,
  - ▶ appelée "perte sèche"
- ▶ est à l'origine de la mise en place d'**autorité à la concurrence** (ou antitrust)
  - ▶ régulant les pratiques anticoncurrentielles (abus de position dominante, ententes, fusions-acquisitions,...)
- ▶ Cependant certains monopoles (ou oligopoles) continuent d'exister
  - ▶ à cause de la structure des coûts (par ex. dans les services en réseau),
    - ▶ on parlera de **monopole naturel**
  - ▶ à cause des **externalités de réseau** ( $v_i$  croissante en  $q_{-i}$ )
    - ▶ cf. chapitre suivant
  - ▶ pour stimuler l'**innovation**, via l'existence de brevet
    - ▶ les futurs profits liés au monopole incitent aux dépenses de R&D

# Changements de comportement et déplacement de l'équilibre

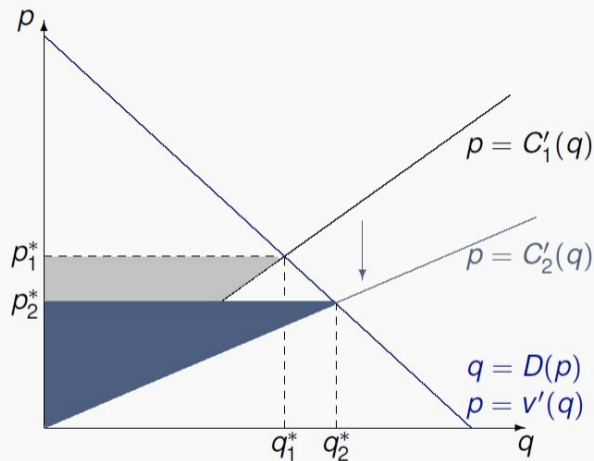
- ▶ Ce cadre nous permet également de comprendre les implications
  - ▶ en termes de prix, de quantité et de surplus
  - ▶ de changements dans les préférences des consommateurs
  - ▶ ou les technologies des producteurs
- ▶ Ces changements ont pour effet de **déplacer les courbes**
  - ▶ d'offre ou de demande
- ▶ et donc de modifier l'équilibre et les **surplus**
- ▶ Considérons par exemple une innovation technologique
- ▶ réduisant les coûts marginaux de production de l'entreprise représentative

# Innovation technologique et déplacement de l'équilibre



L'innovation technologique considérée diminue le prix d'équilibre et augmente les quantités échangées

# Innovation technologique et surplus



Le surplus social augmente mais l'effet sur le surplus du producteur est ambiguë (effet prix / effet volume) et dépend de l'élasticité de la demande

# Changement dans les préférences et surplus

## Exercice

*Quel est l'effet*

- ▶ *sur les prix, les quantités échangées et les divers surplus d'une diminution de la **satisfaction** marginale du consommateur représentatif*
  - ▶ *(en tout point)*
- par exemple due à une plus grande sensibilisation environnementale*
- ▶ *dans le cas d'un bien polluant*



# L'impact de la fiscalité

- ▶ L'étude des variations de l'équilibre liées à l'introduction d'une taxe
  - ▶ nous permet de comprendre que l'**incidence fiscale**
  - ▶ *i.e.* l'impact de la taxe sur les prix et les quantités
1. est le même quelque soit le côté du marché taxé
    - ▶ producteur ou consommateur
  2. dépend des élasticités-prix (*i.e.* de la réactivité)
    - ▶ de la demande :  $\varepsilon_D(p) = \frac{-pD'(p)}{D(p)}$
    - ▶ de l'offre :  $\varepsilon_S(p) = \frac{pS'(p)}{S(p)}$

# Équilibre et taxation

Si on note

- ▶  $p_d$  le prix (unitaire) payé par les consommateurs et
- ▶  $p_s$  le prix (unitaire) obtenu par les entreprises
- ▶ la différence entre les deux provenant de la taxation

Les comportements optimaux donnent

- ▶  $q = D(p_d)$  pour les consommateurs
- ▶  $q = S(p_s)$  pour les producteurs

Et à l'équilibre :

- ▶  $D(p_d) = S(p_s)$

# Taxe à la consommation et taxe à la production

Lorsque la taxe est payée (à l'administration)

1. par les consommateurs, comme dans le cas de la TVA

▶  $p_d = p_s + t$  et à l'équilibre :  $q^* = D(p_s + t) = S(p_s)$

2. par les entreprises, comme dans le cas de CVAE (Cotis. sur la VA des Entr.)

▶  $p_s = p_d - t$  et à l'équilibre :  $q^* = D(p_d) = S(p_d - t)$

▶ En utilisant la définition des prix, on retrouve :  $q^* = D(p_s + t) = S(p_s)$

⇒ Les quantités échangées et les prix (payés / reçus)  
sont les mêmes dans les deux cas

# Incidence fiscale et élasticités

- ▶ En différenciant ces équations par rapport aux prix et à la taxe on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{dp_d}{dt} &= \frac{dp_s}{dt} + 1 \\ \frac{dp_s}{dt} &= \frac{D'(p_s + t)}{S'(p_s) - D'(p_s + t)}\end{aligned}$$

## Proposition

*Au voisinage de  $t = 0$ , le côté du marché supportant le plus l'incidence fiscale est celui dont l'élasticité est la plus faible, c'est-à-dire le moins **sensible** au prix :*

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{-\varepsilon_D(p)}{\varepsilon_S(p) + \varepsilon_D(p)} < 0 \quad \text{et} \quad \frac{dp_d}{dt} = \frac{\varepsilon_S(p)}{\varepsilon_S(p) + \varepsilon_D(p)} > 0$$

- ▶ cf. application à la baisse de la TVA dans la restauration sur Moodle

# Les externalités : le cas de l'environnement

Nicolas Cloutens

# Biens publics et externalités positives

# La notion de rivalité

Dans les analyses précédentes,

- ▶ on a supposé que le seul moyen de profiter d'un bien ou service,
- ▶ i.e. d'en retirer de l'utilité, était de l'acheter, d'en payer le prix.
  
- ▶ Ceci vient de l'hypothèse (cachée jusqu'ici) de **rivalité**
  - ▶ un bien rival ne peut pas être consommé par plus d'une personne à la fois
  - ▶ le prix (de marché) permet alors d'allouer ce bien efficacement
  - ▶ à ceux qui en retire le plus de bénéfice (i.e. à ceux qui sont prêt à payer le plus)

Il existe cependant de nombreux biens ou services

- ▶ pour lesquels la consommation des uns, n'empêche pas celle des autres
  - ▶ on parle de biens **non-rivaux**
- ▶ Cas par ex. des équipements publics, des dispositifs d'alerte et de sécurité
- ▶ des émissions de télévision, des services de téléchargement, voire du WiFi

## Rivalité et exclusion

- ▶ Les exemples précédents diffèrent quant à la possibilité d'exclure ou non
- ▶ des consommateurs (généralement via un abonnement dans les ex. cités)
- ▶ Quand l'exclusion n'est pas possible, on parlera de biens publics

	Excluabilité forte	Excluabilité faible
Rivalité forte	Biens privés classiques (vêtements, nourriture,...)	Biens communs (poisson sauvage, eau, buffet,...)
Rivalité faible	Biens de club (plateformes de téléchargement, autoroutes à péage,...)	Biens publics (éclairage public, alertes sonores, qualité de l'air, Wikipedia,...)

- ▶ Comme les biens publics, le bien de club ne sont pas rivaux
  - ▶ mais le producteur peut en exclure des consommateurs
  - ▶ leur coût marginal de production est faible, mais le **coût fixe** important
- ⇒ en général tarification par abonnement, et concurrence imparfaite



# Externalités et efficacité

- ▶ Dans le cas des biens publics comme dans celui des biens communs,
- ▶ des différences apparaissent entre
  - ▶ coûts privés et coûts sociaux, ou
  - ▶ bénéfice privé et bénéfice social
- ▶ rendant les choix individuels inefficace (au sens du surplus social).
  
- ▶ Ces différences expliquent la sur-exploitation des ressources communes.
  - ▶ Rappelez-vous l'exemple introductif des cabillauds
  - ▶ Si chaque pêcheur ne prend en compte que son coût marginal
  - ▶ et non l'**externalité** liée à l'épuisement de la ressource pour tous
  - ▶ il pêche plus que ce qui serait socialement souhaitable (cf. TD)
- ▶ et la sous-production de bien publics
  - ▶ Imaginez ces même pêcheurs devant construire un phare.
  - ▶ Le bénéfice ou consentement à payer de chaque pêcheur
  - ▶ ne prend pas en compte l'effet (positif cette fois) du phare sur les autres
- ▶ en l'absence de mécanismes centralisateurs (taxes, quotas, impôts,...)

# Le problème du passager clandestin

- ▶ Dans le cas des biens publics, en plus de ce problèmes d'externalités
- ▶ la propriété de non-excluabilité, permet à un individu de profiter du bien public
- ▶ même sans avoir contribué à son financement.
  
- ▶ On parle alors de passager clandestin, pour définir celui qui
- ▶ profite d'une situation sans en payer le prix, supporté du coup par les autres.
  
- ▶ Ceci étant vrai pour tous, personne n'a individuellement intérêt à payer.
- ▶ Il est donc nécessaire de se reposer sur un mécanisme centralisateur
- ▶ permettant le financement du bien public.
  
- ▶ Reste à savoir comment et en quelle quantité?

# La fourniture de biens publics

- ▶ Comme dans le cas des choix privés, on peut modéliser les choix publics
- ▶ comme des arbitrages entre coûts et bénéfices, **sociaux** cette fois.

Dans le cas des biens publics,

- ▶ le coût social correspond au coût de production
- ▶ et le bénéfice social, à la somme des bénéfices individuels.

La fourniture optimale de bien public

- ▶ revient alors "simplement" à égaliser coût marginal et bénéfice marginal
- ▶ à condition de connaître l'ensemble des bénéfices individuels, c'est-à-dire
- ▶ des préférences individuelles, nécessaires au calcul du **surplus social**.

# La fourniture de biens publics : un exemple

- ▶ Si on reprend l'exemple d'un phare, d'une hauteur fixée, dont une municipalité
- ▶ souhaite étudier l'intérêt, l'analyse précédente nous indique que
- ▶ la construction est **socialement souhaitable** si
  - ▶ le coût de construction du phare, noté  $c$ , est compensé
  - ▶ par les bénéfices (l'utilité) créés pour l'ensemble des usagers :  $\sum_i v_i$(on peut tenir le même raisonnement sur chaque mètre supplémentaire).
- ▶ Le problème est alors pour la municipalité de déceler ces bénéfices :
  - ▶ si cela n'engage à rien, les utilisateurs auront intérêt à sur-estimer cette valeur
  - ▶ si cela est utilisé pour la tarification, ils tendront à la sous-estimer en espérant que celles des autres suffisent (le retour du passager clandestin).
- ▶ On retrouve ainsi ici un problème proche de celui des enchères.

# La fourniture de biens publics : un mécanisme de révélation

- ▶ Comme dans le cas des enchères, une solution est de ne pas faire dépendre
- ▶ directement le paiement d'un agent de son "offre".
  
- ▶ En notant  $b_i$ , l'offre de l'agent  $i$ , on obtient que le choix  $b_i = v_i \forall i$
- ▶ est un équilibre de Nash si chaque le citoyen  $i$  reçoit (ou paye) :

$$\sum_{j \neq i} b_j - c$$

- ▶ lorsque le phare est construit, c'est-à-dire lorsque

$$\sum_i b_i \geq c$$

- ▶ Le coût sera alors supporté par les citoyens **pivots**,
  - ▶ ceux dont l'offre fait changer la décision finale.

# La fourniture de biens publics : un mécanisme de révélation (preuve)

Le mécanisme précédent implique:

$$u_i(b_i, b_{-i}) = \begin{cases} v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c & \text{si } \sum_i b_i \geq c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Montrons qu'alors,  $u_i(v_i, b_{-i}) \geq u_i(b_i, b_{-i}) \forall b_{-i}$ :

1. si  $v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c \geq 0$

- ▶ si  $b_i = v_i$ , alors  $\sum_i b_i - c \geq 0$  et  $u_i(v_i, b_{-i}) = v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c \geq 0$
- ▶ si  $b_i > v_i$ , alors  $\sum_i b_i - c \geq 0$  et  $u_i(b_i, b_{-i}) = v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c = u_i(v_i, b_{-i})$
- ▶ si  $b_i < v_i$ , alors
  - ▶ soit  $\sum_i b_i - c \geq 0$  et  $u_i(b_i, b_{-i}) = v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c = u_i(v_i, b_{-i})$
  - ▶ soit  $\sum_i b_i - c < 0$  et  $u_i(b_i, b_{-i}) = 0 \leq u_i(v_i, b_{-i})$

2. si  $v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c < 0$

- ▶ si  $b_i = v_i$  alors  $\sum_i b_i - c < 0$  et  $u_i(v_i, b_{-i}) = 0$
- ▶ si  $b_i < v_i$  alors  $\sum_i b_i - c < 0$  et  $u_i(b_i, b_{-i}) = 0 = u_i(v_i, b_{-i})$
- ▶ si  $b_i > v_i$ , alors
  - ▶ soit  $\sum_i b_i - c < 0$  et  $u_i(b_i, b_{-i}) = 0 = u_i(v_i, b_{-i})$
  - ▶ soit  $\sum_i b_i - c \geq 0$  et  $u_i(b_i, b_{-i}) = v_i + \sum_{i \neq j} b_j - c < 0 = u_i(v_i, b_{-i})$

# La fourniture de bien public : un modèle plus général

- ▶ Considérons maintenant un modèle plus général permettant
- ▶ d'étudier la fourniture (ou production) optimale d'un bien public
- ▶ Chaque citoyen  $i$ , doté d'un budget  $B_i$  retire de la satisfaction à la fois
  - ▶ de la consommation d'un bien public, notée  $x$ , et
  - ▶ de la consommation d'un (ensemble de) bien(s) privé(s), noté  $y_i$  :

$$U_i(x, y_i)$$

- ▶ Le bien public est produit avec une fonction de coût  $C(\cdot)$
- ▶ à partir des contributions de chaque citoyen, notées  $t_i$  :

$$x = C^{-1}(\sum_i t_i)$$

- ▶ qui viennent diminuer leur consommation de bien(s) privé(s) :

$$y_i = B_i - t_i$$

# Contribution volontaire à la fourniture de bien public

- ▶ Alors, chaque citoyen  $i$  choisira volontairement de contribuer :

$$\tilde{t}_i = \arg \max_{t_i} U_i \left( C^{-1} \left( \sum_j t_j \right), B_i - t_i \right)$$

- ▶ C'est-à-dire  $\tilde{t}_i$  tel que:

$$\frac{\frac{\partial U_i}{\partial x}(x, y_i)}{\frac{\partial U_i}{\partial y}(x, y_i)} = C'(x)$$

(en notant que  $(C^{-1})'(\sum_j t_j) = 1/(C'(C^{-1}(\sum_j t_j))) = 1/C'(x)$ )

Chaque citoyen choisira donc le niveau de contribution qui égalise:

- ▶ le coût marginal de production du bien public, et
- ▶ le **taux marginal de substitution** entre bien public et bien privé, mesurant
  - ▶ de combien doit augmenter la consommation de bien public pour compenser (à utilité constante) une baisse de la consommation de bien privé



# Fourniture optimale de bien public

- ▶ Comme discuté précédemment, ce niveau s'avère **sous-optimal**.
- ▶ En effet, les contributions maximisant la somme des utilités des citoyens
  - ▶ (fonctionne également avec la somme pondérée)

$$\max_{t_1, \dots, t_n} \sum_i U_i \left( C^{-1} (\sum_i t_i), B_i - t_i \right)$$

- ▶ satisfont, pour tout  $\ell$ :

$$\sum_i \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x}(x, y_i)}{\frac{\partial U_\ell}{\partial y}(x, y_\ell)} = C'(x)$$

- ▶ c'est-à-dire pour tout  $i$

$$\sum_i \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x}(x, y_i)}{\frac{\partial U_i}{\partial y}(x, y_i)} = C'(x)$$

- ▶ en remarquant que  $\frac{\partial U_\ell}{\partial y} = \sum_i \frac{\partial U_i}{\partial x} / C'(x)$  est la même  $\forall \ell$  incluant  $i$

# Inefficacité de la contribution volontaire

- ▶ La contribution optimale de chaque agent revient donc à égaliser
  - ▶ coût marginal et la **somme** des taux marginaux de substitution.
- on retrouve ici la différence entre bénéfice marginal privé et social
- qui implique des contributions volontaires < ce qui serait socialement optimal
- ▶ Comment alors **implémenter** l'optimal social? Une solution consiste à
    - ▶ fixer un prix unitaire au bien public différent pour chaque citoyen ( $p_i$ )
    - ▶ et égal à son taux marginal de substitution (i.e. son consentement à payer).
    - ▶ On retrouve alors l'allocation efficace lorsque le producteur de bien public choisit la quantité maximisant son profit:  $C'(x) = \sum_i p_i$
  - ▶ Ceci pose toutefois de nouveau la question de l'**observabilité** des préférences
  - ▶ et celle de la non-excluabilité (que faire si un citoyen ne paye pas?)

# Préférences sociales et interactions répétées

- ▶ Certains des mécanismes ci-dessus ne semblent pas compatibles
- ▶ avec des comportements **observés**
  - ▶ comme les dons à des organismes de charité
- ▶ ni soutenables sur le **long-terme**
  - ▶ vous devriez avoir moins tendance à faire "le passager clandestin"
  - ▶ dans un travail en groupe, si vous savez que la situation va se répéter.
- ▶ Pour comprendre ces différences, et plus généralement, les préférences
- ▶ les économistes mettent en place des **expériences** comportementales
- ▶ essayant de reproduire des situations réelles tout en en contrôlant les règles.
- ▶ C'est notamment le cas du jeu des biens publics, via lequel
- ▶ on essaye de comprendre pourquoi les citoyens contribuent ou non.

# Le jeu des biens publics

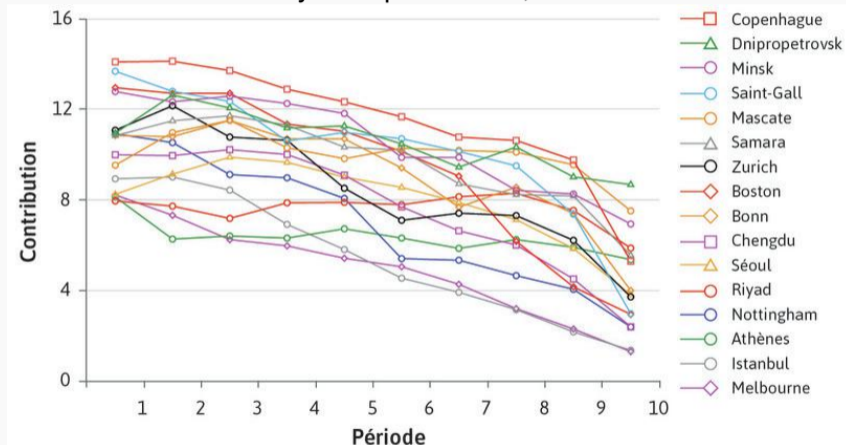
- ▶ Le jeu des biens publics est une version linéaire (et séparable)
- ▶ du modèle précédent.
  
- ▶ Chaque joueur dispose de  $B$  euros
- ▶ et décide combien d'euros verser au pot commun (on note  $t_i$  sa contribution).
- ▶ Chaque euro versé au pot commun, génère  $\alpha$  euros pour tous. Alors

$$U_i(t_i, t_{-i}) = B - t_i + \alpha \sum_{j=1}^n t_j = B - (1 - \alpha)t_i + \alpha \sum_{j \neq i} t_j$$

- ▶ et l'équilibre de Nash est  $t_i = 0$  si  $\alpha < 1$
- ▶ alors que l'état efficace est  $t_i = B$  si  $n\alpha > 1$  ( $\sum_i U_i = nB + (n\alpha - 1) \sum_i t_i$ )

# Le jeu de biens publics : résultats

Contribution moyenne pour  $n = 4$ ,  $B = 20$  et  $\alpha = 0.4$



Source : COREecon L'Économie

# Le jeu de biens publics : observations

Il apparaît ainsi clairement que :

1. Les participants ne jouent pas l'équilibre de Nash,
  - ▶ en tout cas pendant les premières étapes.
  - ▶ Est-ce par **altruisme**?
2. Dans tous les pays, les contributions moyennes tentent à décroître,
  - ▶ à mesure que le jeu est joué  
(après chaque tour, les participants sont informés de la contribution du groupe).
  - ▶ Est-ce parce que les participants **apprennent** le jeu?
3. Des différences importantes apparaissent entre pays.
  - ▶ Comment expliquer de telles **différences**?

# Le jeu de biens publics : des expériences complémentaires

- ▶ Afin d'étudier ces hypothèses, diverses variations du jeu ont été étudiées
- ▶ et il est apparu que :
  1. Plus le groupe est homogène plus la contribution est élevée.
    - ▶ Moins d'inégalité  $\Rightarrow$  plus de coopération (Ostrom, 2009).
  2. La baisse des contributions n'est pas liée au nombre de périodes.
    - ▶ Juste après une réallocation des groupes (restart),
    - ▶ les contributions augmentent, pour décroître de nouveau.
- ▶ Ceci amène à formuler l'hypothèse de "contribution conditionnelle" :
  - ▶ les participants sont heureux de contribuer tant que les autres le font aussi,
  - ▶ mais souhaitent punir les "passagers clandestins", si ils existent,
  - ▶ et ne peuvent le faire qu'en réduisant leur contribution.

# Le jeu de biens publics : contribution conditionnelle

Pour tester cette hypothèse,

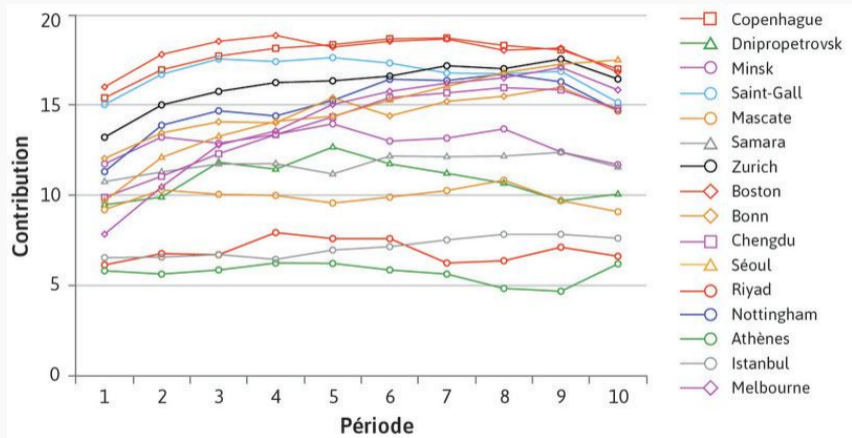
- ▶ les expérimentateurs ont introduit une option de punition dans l'expérience :
- ▶ après avoir observé les contributions individuelles de leur groupe
- ▶ les joueurs individuels pouvaient payer pour punir les autres joueurs.

Dans tous les pays,

- ▶ les contributions ont augmenté, et la tendance décroissante a disparu
- ▶ quand les participants ont pu punir (autrement) les passagers clandestins.



# Le jeu de biens publics avec punition par les pairs



Source : COREecon L'Économie

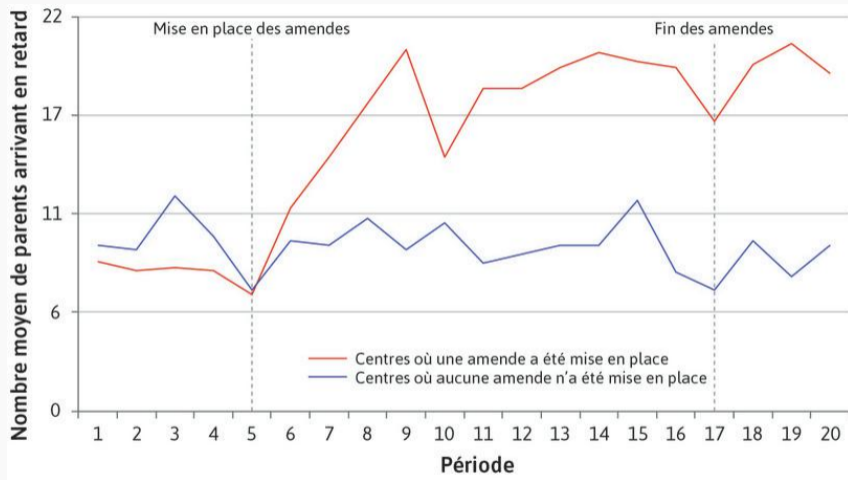
# Le rôle des normes

- ▶ L'exemple précédent souligne l'importance des normes
  - ▶ ou des obligations morales
- ▶ dans les comportements.
  
- ▶ Les participants contribuent car ils trouvent cela moralement juste
- ▶ et punissent ceux qui ne suivent pas la norme.
  
- ▶ Les normes peuvent être différentes selon les contextes
  - ▶ expliquant les différences entre pays
- ▶ et peuvent s'avérer plus fortes que les incitations monétaires
- ▶ comme dans l'exemple suivant.

## Le rôle des normes : l'exemple des retards

- ▶ En 1998, en Israël, certaines crèches ont instauré une **amende**
- ▶ pour les parents venant chercher leurs enfants en retard.
- ▶ Étonnamment, cela a eu pour effet d'augmenter la fréquence des retards!
- ▶ Alors qu'avant l'instauration, les parents avaient une obligation morale
  - ▶ d'aller chercher leurs enfants à l'heure
- ▶ ils avaient ensuite un service payant
  - ▶ leur permettant d'aller les chercher plus tard.
- ▶ Pire, lorsque les amendes furent retiré, les retards ont continué.  
La **norme** avait changé.

# Le rôle des normes : l'exemple des retards (graphique)



Source : COREecon L'Économie

# Expériences et comportements économiques

- ▶ Comme pour le jeu de biens publics, de nombreuses expériences
- ▶ permettent de comprendre les **préférences** des agents en termes de
  - ▶ réciprocité (jeu de confiance),
  - ▶ d'altruisme ou d'aversion à l'inégalité (jeu de l'ultimatum), ou
  - ▶ d'appétence pour le risque
- ▶ leur conséquences en termes de comportements,
- ▶ et leur impact sur les **équilibres** économiques.
- ▶ cf. Moodle pour un document reliant les résultats de ce type d'expériences aux contributions réelles sur Wikipédia

# L'innovation comme un bien public

- ▶ Au-delà des biens d'infrastructure
- ▶ l'innovation possède également les caractéristique d'un bien public.
- ▶ Une fois tombée dans le domaine publique, elle est non-excluable
- ▶ et non-rivale (elle peut être "consommée" par plusieurs entités à la fois)
- ▶ ce qui permet le progrès technologique, via sa réutilisation.
- ▶ Ce bénéfice n'est cependant pas uniforme, puisque tout les secteurs
- ▶ ne sont pas susceptibles de réutiliser la même innovation.
- ▶ Le bénéfice de la contribution d'un agent au bien public (ici la R&D)
- ▶ a alors des impacts différenciés :  $x_i = \sum_j \alpha_{ij} t_j$  dans le modèle précédent,
- ▶ où  $\alpha_{ij}$  mesure l'influence de la contribution de  $j$  sur  $i$ .
- ▶ On parle d'effets de réseau.

# Biens privés et effets de réseau

- ▶ Ces effets de réseau existent également dans le cas des biens privés.
- ▶ La **valeur** accordée à un bien peut en effet dépendre de
  - ▶ la quantité de consommateurs qui l'utilise (un effet d'externalité)
  - ▶ mais aussi de leur identité (un effet réseau),
- ▶ notamment dans le secteur des télécommunications
  - ▶ système d'exploitation, réseaux sociaux,...
- ▶ mais aussi plus généralement (c'est la base de la notion de "mode").
  
- ▶ Ces effets impactent les **stratégies** des entreprises (cf. TD)
  - ▶ en termes de prix (offre freemium),
  - ▶ en termes de publicité (l'utilisation d'"influenceurs"), ou
  - ▶ en termes de différenciation (choix de compatibilité).

# Risque et temps



# Choix et temps

- ▶ Dans de nombreux cas : investissement, éducation, épargne,...
- ▶ les décisions économiques impliquent des coûts et des bénéfices
- ▶ qui surviennent à différentes périodes.
  
- ▶ Pour analyser ces choix, il est nécessaire de pouvoir comparer
- ▶ coûts et bénéfices, i.e. de pouvoir **comparer différentes périodes** entre elles.
  
- ▶ Les choix optimaux d'épargne ou d'éducation dépendront alors
- ▶ d'un arbitrage entre les coûts présents
  - ▶ frais d'inscription, coûts d'opportunité
- ▶ et les bénéfices futurs
  - ▶ emploi, salaire, consommation future avec intérêts
- ▶ qu'il faut évaluer au moment du choix.
- ▶ (Le raisonnement complémentaire peut être tenu pour l'emprunt)

# Valeur du futur et taux d'intérêt

- ▶ La plupart des agents économiques ont une **préférence pour le présent** :
- ▶ toutes choses égales par ailleurs, ils préfèrent une satisfaction immédiate
- ▶ à une satisfaction différée.
  
- ▶ Ainsi, il semblerait que le présent ait une valeur plus élevée que le futur
  
- ▶ Mais comment mesurer cette différence de valeur?
  
- ▶ Le taux d'intérêt entre deux dates  $t$  et  $t + 1$  représente
  - ▶ le supplément de revenu qu'il est possible d'obtenir en  $t + 1$
  - ▶ en **renonçant** à utiliser ce revenu en  $t$ .
  
- ▶ Il reflète donc la valeur d'un 1€ de  $t$  en  $t + 1$

# Capitalisation et actualisation : rappel de comptabilité

- ▶ Ainsi en supposant le taux d'intérêt, noté  $r$ , constant entre deux périodes
  - ▶ 1 euro aujourd'hui vaudra  $(1 + r)$  euros après une période,
  - ▶  $(1 + r)^2$  euros après deux périodes
    - ▶ l'individu "renonce" à ses intérêts de la première période
  - ▶ et plus généralement  $(1 + r)^n$  euros après  $n$  périodes.
- ▶ On obtient ainsi la **valeur future** d'un euro présent, et on parle de capitalisation
- ▶ L'opération inverse : l'actualisation et donne la **valeur présente** d'un euro futur.
- ▶ Si le taux d'intérêt entre deux périodes est  $r$ , un euro dans une période vaut
- ▶  $\frac{1}{1+r} \equiv \delta$  euro aujourd'hui ( $\delta$  est appelé facteur d'actualisation)
- ▶ et un euro dans  $n$  périodes vaut  $\delta^n$  (quand  $r$  est constant)
- ▶ Si  $r > 0$ ,  $\delta < 1$  reflétant la préférence pour le présent

# Choix intertemporels

- ▶ Cette notion d'actualisation peut être étendue aux choix intertemporels
- ▶ via la notion d'actualisation d'utilité (ou de satisfaction).
- ▶ Si le facteur d'actualisation n'est pas nécessairement celui calculé au dessus
  - ▶ et dépend du degré de préférence pour le présent pour le choix considéré
- ▶ l'utilité future sera actualisée pour être rendue comparable à l'utilité présente.
- ▶ Un agent devant opérer un choix conduisant à des alternatives
- ▶  $a_1$  en période 1 et  $a_2$  en période 2 cherchera donc à maximiser :

$$u(a_1) + \delta u(a_2)$$

- ▶ avec  $\delta$  le facteur d'actualisation

## Investissement : valeur actuelle nette

- ▶ L'actualisation financière permet de mettre en regard
- ▶ les coûts présents et les bénéfices futurs
- ▶ dans le cadre d'investissements ou de projets à long terme.
  
- ▶ La notion de **valeur actuelle nette** (VAN), ou net present value (NPV)
- ▶ généralise l'analyse coût-bénéfice dans un cadre intertemporel :
- ▶ en notant  $C_t$  et  $B_t$  les coûts et bénéfices d'un projet au temps  $t$
- ▶ sa valeur actuelle nette (à  $r$  constant) s'écrira :

$$VAN = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{B_t - C_t}{(1 + r)^t}$$

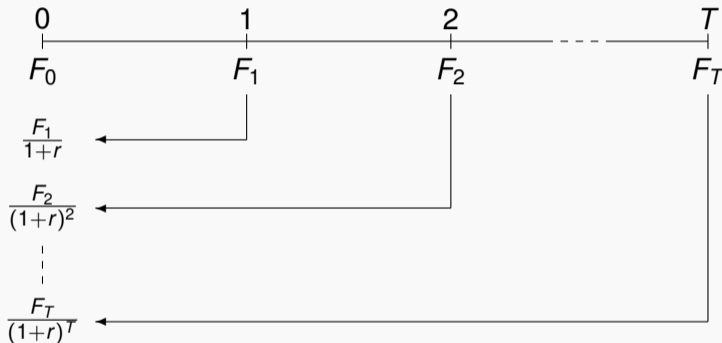
- ▶ La VAN est utile pour déterminer l'opportunité d'un investissement
- ▶ et pour comparer divers projets entre eux.

# Valorisation financière : l'actualisation des flux

- ▶ La notion de VAN est au centre de la valorisation financière :
- ▶ la valeur d'un produit (ou titre) financier, c'est-à-dire
  - ▶ d'un contrat spécifiant une séquence de flux financiers
- ▶ sera la sommes actualisée de ses flux.
  
- ▶ Selon les produits, les flux financiers pourront dépendre d'événements
- ▶ aléatoires et seront donc **probabilisés** pour calculer la valeur du titre.
  
- ▶ Ce principe s'applique aussi bien
  - ▶ en assurance (on parlera de valeur actuarielle)
  - ▶ en finance de marché, pour valoriser un titre s'échangeant sur les marchés
  - ▶ en finance d'entreprise, pour valoriser une entreprise ou un projet en vue d'une transaction ou d'un investissement

## L'actualisation des flux : un exemple

- ▶ Un projet, une entreprise, ou un titre générant des flux financiers (espérés)
- ▶  $F_0 \text{€}, F_1 \text{€}, \dots, F_T \text{€}$  aux années 0, 1, ...,  $T$  sera valorisé(e) (à  $r$  constant)



- ▶  $F_0 + \frac{F_1}{1+r} + \frac{F_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{F_T}{(1+r)^T} \text{€}$
- ▶ Cette méthode appelée DCF ("discounted cash flow") est utilisée
  - ▶ comme base aux discussions de fusion-acquisition ou
  - ▶ de financement de projet (ENR, infrastructure,...)

# À quel taux actualiser?

- ▶ Si le principe de la méthode est assez simple,
- ▶ la détermination de ses intrants est souvent complexe.
  
- ▶ En finance d'entreprise, la détermination des flux futurs
- ▶ repose sur la modélisation de l'évolution des profits générés
- ▶ par l'entreprise ou le projet (**business plan**, coût/bénéfice d'exploitation,...).
  
- ▶ En finance de marché, la détermination des probabilités de ces flux
- ▶ repose sur une **modélisation stochastique** de la variation du prix des titres.
  
- ▶ Dans les deux cas, la détermination du taux  $r$  sur la base duquel
- ▶ les flux sont actualisés est primordiale.



## À quel taux actualiser? Le cas de la finance d'entreprise.

- ▶ En finance d'entreprise, la taux généralement utilisé pour l'actualisation
- ▶ reflète le **coût du capital** pour l'entreprise, i.e. le coût auquel elle se finance
- ▶ On retrouve ici l'analogie entre capitalisation et actualisation.
- ▶ Pour prendre en compte les diverses **sources de financement** des entreprises
- ▶ on utilise généralement un coût du capital moyen pondéré (ou WACC)
- ▶ prenant en compte à la fois le coût de la dette
  - ▶ i.e. le taux d'intérêt sur les emprunts
- ▶ et le coût des fonds propres
  - ▶ i.e. le rendement attendu par les actionnaires
  - ▶ calculé à l'aide du Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (étudié en 2A)
- ▶ pondérés par leur poids respectifs dans les ressources de l'entreprise.

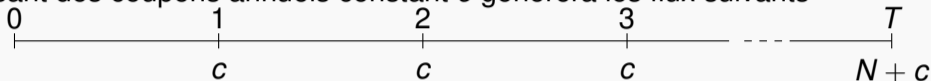
→ le taux d'actualisation prend en compte le **risque** propre à l'entreprise

## À quel taux actualiser? Le cas de la finance de marché.

- ▶ Lorsqu'on valorise un titre échangé sur les marchés financiers,
- ▶ le risque, la partie aléatoire, est pris en compte via la probabilisation des flux.
- ▶ L'actualisation doit donc se faire au **taux sans risque**.
  
- ▶ Ce taux est approximé par le taux d'intérêt demandé aux États
- ▶ les plus solvables, ceux dont le risque de défaut est le plus faible.
  
- ▶ On utilise pour cela les obligations émises par ces États sur le marché.
  
- ▶ Une obligation est un titre adossé à un emprunt
  - ▶ émis par une entreprise ou un gouvernement
- ▶ pouvant être échangés sur les marchés financiers, et
- ▶ versant à son détenteur des coupons (les intérêts) à échéances fixes
- ▶ et remboursant le nominal (ou valeur faciale) à échéance.

# Obligations zéro-coupon et taux sans risque

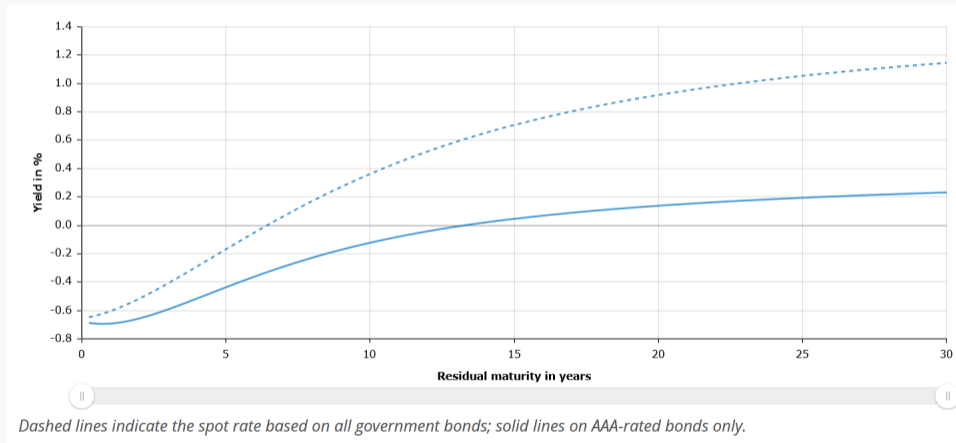
- ▶ Par exemple, une obligation de valeur faciale  $N$  et d'échéance  $T$
- ▶ versant des coupons annuels constant  $c$  générera les flux suivants



- ▶ Les montants  $c$  et  $N$  étant fixées dès le début du contrat,
- ▶ le seul risque d'une obligation réside dans le **défaut** de l'emprunteur.
- ▶ En supposant que celui-ci est nul pour les États les plus solvables,
- ▶ les obligations zéro-coupon ( $c = 0$ ) d'échéance  $T$  qu'ils émettent valent
- ▶  $\frac{N}{(1+r(0,T))^T}$  où  $r(0, T)$  est le taux annuel sans risque entre 0 et  $T$
- ▶ On peut donc retrouver les taux sans risque à partir du prix de ces obligations

# Courbe des taux

- ▶ En utilisant le prix des obligations émises à diverses échéances, on obtient
- ▶ les divers taux nécessaires à l'actualisation, résumé dans la courbe des taux



Courbe des taux de la zone Euro (Source : BCE)

# Courbe des taux : remarques

On remarque ici :

1. Que les taux sont plus élevés pour les obligations d'état non notées AAA.
  - ▶ Du fait du plus grand risque de défaut perçu,
  - ▶ les investisseurs demandent un rendement plus élevé sur ces titres.
  - ▶ On parle de **spread** de taux.
  
2. Que certains taux sont négatifs.
  - ▶ Du fait de la forte **demande** pour les obligations de court-terme,
  - ▶ liée à des contraintes réglementaires (pour les banques ou les assureurs)
  - ▶ ou à des choix de gestion de portefeuille (que non étudierons ci-après)
  - ▶ leur prix a baissé jusqu'à correspondre à des taux d'intérêt négatifs.

# Valorisation des actifs financiers : l'arbitrage

- ▶ On a supposé jusqu'ici que la valeur d'un actif financier était égale
- ▶ à la valeur actualisée des flux qu'il génère.
  
- ▶ Ceci est dû à une hypothèse centrale de la finance :  
l'absence d'opportunité d'arbitrage

## Definition

On appelle opportunité d'arbitrage, l'existence d'une stratégie (d'achat et de vente de titres) permettant à coup sûr (i.e. sans risque) de réaliser un gain immédiat.

- ▶ L'intuition est que si il existait de telles opportunités,
- ▶ elles seraient immédiatement saisies et disparaîtraient.  
(un professeur de finance ne ramassera jamais un billet de 100€ par terre)

## Valorisation des actifs financiers : loi du prix unique

- ▶ Ainsi, deux actifs (ou stratégies) conduisant à la même séquence
- ▶ de flux financiers doivent avoir le même prix (ou le même coût).
- ▶ Dans le cas contraire, en vendant l'un et achetant l'autre, un investisseur
- ▶ pourrait réaliser un gain immédiat à coup sûr.
- ▶ Comme on peut reproduire n'importe quelle séquence de flux  $F_1, F_2, \dots, F_T$
- ▶ en achetant des zéro-coupon sans risque d'échéance  $1, 2, \dots, T$ ,
- ▶ le prix d'un actif générant ces flux doit être égal à

$$p(0, 1).F_1 + p(0, 2).F_2 + \dots + p(0, T).F_T$$

- ▶ où  $p(0, t)$  est le prix du zéro-coupon d'échéance  $t$  et de nominal 1
- ▶ soit d'après les définitions ci-dessous, la somme actualisé des flux :

$$\frac{F_1}{1 + r(0, 1)} + \frac{F_1}{(1 + r(0, 2))^2} + \dots + \frac{F_T}{(1 + r(0, T))^T}$$

# Les marchés financiers : risque et temps

- ▶ La plupart des décisions impliquant un décalage temporelle (investissement, éducation, emprunt,...)
- ▶ impliquent également du risque, de l'incertitude (quant au rendement de l'investissement, ou du diplôme par exemple).
- ▶ Comprendre (ou modéliser) ces décisions nécessite donc
- ▶ d'analyser le **comportement** des acteurs en situation d'incertitude.
- ▶ Ceci permet également de mieux comprendre le fonctionnement
- ▶ des marchés financiers (au sens large), dont le rôle est à la fois
  1. de **financer** les investissements (via les produits discutés précédemment)
  2. d'offrir des **couvertures** face au risque
    - ▶ de taux de change, de prix des matières premières,...



# Préférences et risque

- ▶ L'existence d'un risque, d'une partie d'aléatoire
- ▶ dans les conséquences d'un choix, nous amène à devoir
- ▶ formuler les préférences des agents sur des variables aléatoires
- ▶ appelées *loteries* (qui sont les alternatives du choix).

## Definition

Une loterie est une variable aléatoire réelle sur un espace probabilisé décrivant les résultats/réalisations possibles du risque.

- ▶ La représentation sous forme de fonction d'utilité sur ces loteries
- ▶ peut alors être simplifiée en imposant des conditions supplémentaires
- ▶ sur les préférences (i.e. la relation d'ordre sur les loteries)

# Le critère d'espérance d'utilité

- ▶ En effet, si en plus d'être
  1. complètes :  $\forall$  loteries  $L, M$ :  $L \prec M, L \sim M$  ou  $L \succ M$ , et
  2. transitives : si  $L \preceq M$  et  $M \preceq N$ , alors  $L \preceq N$
- ▶ les préférences sur les loteries sont (conditions nécessaires et suffisantes)
  3. continues : si  $L \preceq M \preceq N$ , alors  $\exists p \in [0, 1] : pL + (1 - p)N \sim M$ , et
  4. indépendantes : si  $L \prec M$  alors  $\forall N, \forall p \in (0, 1]$ :
- ▶ il existe une fonction  $u(\cdot)$  continue (de l'espace des résultats vers  $\mathbb{R}$ ) telle que :

$$L \prec M \Leftrightarrow \mathbb{E}(u(L)) < \mathbb{E}(u(M))$$

- ▶ On peut alors définir une fonction d'utilité sur les résultats
- ▶ et appliquer le critère de l'espérance pour représenter les préférences.
- ▶ (comme précédemment cette représentation n'est pas unique)

# Le paradoxe de Saint-Pétersbourg

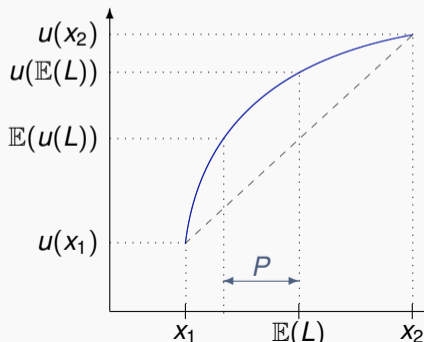
- ▶ On voit ici que si  $u(\cdot)$  est linéaire, l'agent économique ne base sa décision que
- ▶ sur l'espérance des résultats (et non sur leur distribution).
- ▶ Cette hypothèse a toutefois été réfutée dès 1713 par Bernoulli
- ▶ via l'expérience (de pensée) suivante :
- ▶ Imaginons un jeu de pile ou face, dans lequel je m'engage à vous verser
- ▶  $2^{n-1}€$  si face apparaît pour la première fois au  $n^{\text{ième}}$  lancer.
- ▶ L'espérance de gain est infinie : 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n 2^{n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}$$
- ▶ mais personne ne semble prêt à payer autant pour y participer.
- ▶ Ainsi dans ce cas :  $\mathbb{E}(u(L)) < u(\mathbb{E}(L))$

# Aversion au risque et prime de risque

- ▶ On retrouve ici la définition de la **concavité**
  - ▶ l'image de la moyenne est supérieure à la moyenne des images
- ▶ et on parlera d'**aversion au risque**.
- ▶ Lorsque  $u(\cdot)$  est concave, l'agent est prêt à payer pour faire disparaître l'aléa :  
si  $\mathbb{E}(u(L)) < u(\mathbb{E}(L))$ ,  $\exists P \in \mathbb{R}^+ : \mathbb{E}(u(L)) = u(\mathbb{E}(L) - P)$
- ▶ on appellera  $P$  la **prime de risque**

Par exemple lorsque  $L$  prend deux valeurs  $x_1$  et  $x_2$  avec équiprobabilité :

(Quand l'espace des résultats est la richesse ou le revenu, on peut raisonnablement supposer la fonction d'utilité croissante.)



# Degré d'aversion au risque et prime de risque

- ▶ Pour un risque donné, la prime de risque mesure alors l'aversion au risque :
  - ▶ + un agent est averse au risque, + il est prêt à payer pour le faire disparaître.
  - ▶ Le degré d'aversion au risque est ainsi lié au degré de concavité de  $u(\cdot)$ .
  - ▶ Pour le voir, considérons le cas d'un agent de richesse  $R$ ,
  - ▶ soumis à un risque d'espérance nulle, dont on fera varier la taille.
  - ▶ Plus précisément, on suppose que l'agent fait face à la loterie :
- $$L = R + k\tilde{\varepsilon} \text{ avec } k \in \mathbb{R}^+, \mathbb{E}(\tilde{\varepsilon}) = 0 \text{ et } \text{Var}(\tilde{\varepsilon}) = \sigma^2$$
- ▶ et on étudie l'effet de  $k$  sur la prime de risque  $P(k)$  correspondante :

$$\mathbb{E}(u(R + k\tilde{\varepsilon})) = u(R - P(k))$$

# Approximation de la prime de risque

- ▶ Pour de petites valeurs de  $k$ , au voisinage de 0, on a :

$$P(k) \sim P(0) + kP'(0) + \frac{k^2}{2}P''(0)$$

- ▶ Or, par définition,  $P(0) = 0$  et en différenciant (\*) par rapport à  $k$  on obtient :

$$\mathbb{E}(\tilde{\varepsilon}u'(R + k\tilde{\varepsilon})) = -P'(k)u'(R - P(k))$$

- ▶ soit en  $k = 0$  :  $\mathbb{E}(\tilde{\varepsilon})u'(R) = -P'(0)u'(R)$  donnant  $P'(0) = 0$  puisque  $\mathbb{E}(\tilde{\varepsilon}) = 0$

- ▶ En différenciant de nouveau (\*) on obtient finalement

$$\mathbb{E}(\tilde{\varepsilon}^2 u''(R + k\tilde{\varepsilon})) = (P'(k))^2 u'(R - P(k)) - P''(k)u''(R - P(k))$$

- ▶ Soit en  $k = 0$  :  $P''(0) = \sigma^2 \frac{-u''(R)}{u'(R)}$

# L'indice d'aversion au risque

- ▶ Ainsi en notant que  $k^2\sigma^2 = \text{Var}(L)$ , on obtient que

## Proposition

*Pour de petits risques, la prime de risque peut-être approximé par*

$$P(L) \sim \frac{\text{Var}(L)}{2} \frac{-u''(R)}{u'(R)}$$

*i.e. le produit de (1) la moitié de la variance du risque et (2) d'un indice du degré de concavité locale de la fonction d'utilité, appelé indice d'aversion au risque.*

- ▶ L'indice d'aversion au risque noté  $A(R) \equiv \frac{-u''(R)}{u'(R)}$  est alors
- ▶ indépendant du risque considéré et ne dépend que du niveau de richesse.
- ▶ Il peut être croissant, décroissant ou constant dans ce niveau de richesse,
- ▶ en fonction des préférences de l'agent.

# Choix simple de portefeuille

- ▶ Cette modélisation des choix en univers risqué,
- ▶ nous permet de comprendre les choix d'investissement des agents
- ▶ dans un modèle simple où ils doivent allouer leur richesse  $R$  entre
  - ▶ un actif sans risque, fournissant un rendement certain  $r$ , et
  - ▶ un **actif risqué**, dont le rendement  $\tilde{x}$  est aléatoire.

- ▶ Investir un montant  $\alpha$  dans l'actif risqué donne alors
- ▶ à la fin de la période d'investissement, une richesse égale à :

$$(R - \alpha)(1 + r) + \alpha(1 + \tilde{x})$$

- ▶ qu'on peut réécrire comme

$$R(1 + r) + \alpha(\tilde{x} - r) = R_1 + \alpha\tilde{y}$$

- ▶ où  $R_1$  est la valeur future de  $R$  (obtenue en plaçant  $R$  dans l'actif sans risque)
- ▶ et  $\tilde{y}$  représente le rendement excédentaire de l'actif risqué (aléatoire)



# Allocation optimale et rendements

- ▶ D'après ce qu'on a vu précédemment, le **choix optimal** revient alors
- ▶ à choisir la valeur d' $\alpha$  qui maximise l'espérance d'utilité :

$$V(\alpha) = \max_{\alpha} \mathbb{E}(u(R_1 + \alpha\tilde{y}))$$

- ▶ avec  $V'(\alpha) = \mathbb{E}(\tilde{y}u'(R_1 + \alpha\tilde{y}))$  et  $V''(\alpha) = \mathbb{E}(\tilde{y}^2u''(R_1 + \alpha\tilde{y}))$
- ▶ Ainsi  $\alpha$  sera strictement positif si et seulement si  $V'(0) > 0$
- ▶ lorsque l'agent considéré est averse au risque (alors  $u''(\cdot) < 0 \Rightarrow V''(\alpha) < 0$ ).
- ▶ L'utilité croissante étant croissante dans la richesse,
- ▶ cela ne sera possible que si  $\mathbb{E}(\tilde{y}) > 0$ .
- ▶ Ainsi, un agent averse au risque ne souhaitera investir dans un actif risqué
- ▶ que si son **espérance de rendement** > rendement de l'actif sans risque.

## Allocation optimale et petits risques

- ▶ Alors, comme précédemment, une approximation pour de petits risques
- ▶ permet de comprendre certains des mécanismes en jeu.
- ▶ En considérant  $\tilde{y} = k + \tilde{\varepsilon}$  avec  $k \in \mathbb{R}^+$  et  $\mathbb{E}(\varepsilon) = 0$ ,
- ▶ l'allocation optimale en fonction de  $k$  est donnée par  $\alpha^*(k)$  tel que :

$$\mathbb{E} [(k + \tilde{\varepsilon})u'(R_1 + \alpha^*(k)(k + \tilde{\varepsilon}))] = 0 \quad (**)$$

- ▶ et au voisinage de  $k = 0$  :  $\alpha^*(k) \sim \alpha^*(0) + k\alpha^{*'}(0)$
- ▶ Or, d'après le résultat précédent,  $\alpha^*(0) = 0$  (on a alors  $\mathbb{E}(\tilde{y}) = \mathbb{E}(\tilde{\varepsilon}) = 0$ ).
- ▶ Ainsi en différenciant (\*\*) par rapport à  $k$  et en évaluant en  $k = 0$ , on obtient :

$$u'(R_1) + \alpha^{*'}(0)\mathbb{E}(\tilde{\varepsilon}^2)u''(R_1) = 0 \Rightarrow \alpha^{*'}(0) = \frac{1}{\text{Var}(\tilde{\varepsilon})} \frac{-u'(R_1)}{u''(R_1)}$$

# Allocation optimale, rendement, risque et préférences

- ▶ Ceci nous permet d'approximer l'investissement optimal par

$$\alpha^*(k) \sim \frac{k}{\text{Var}(\tilde{\epsilon})} \frac{-u'(R_1)}{u''(R_1)} = \frac{\mathbb{E}(\tilde{y})}{\text{Var}(\tilde{y})} \frac{1}{A(R_1)}$$

- ▶ L'investissement optimal dans l'actif risqué est alors :

1. proportionnel à l'espérance de son rendement (excédentaire), et

2. inversement proportionnel

- ▶ à son risque (mesuré par la variance de son rendement), et

- ▶ à l'aversion au risque de l'investisseur