Planche de TD n°1

Production et tarification

Exercice 1 : Fonction de coût et choix de technologie

On considère une entreprise qui produit de l'énergie. Elle peut la produire en exploitant une mine à ciel ouvert de charbon. Le coût de production d'une quantité q_1 d'énergie est alors $C_1(q_1) \equiv \alpha q_1$ où α est un réel strictement positif. Elle peut aussi la produire en exploitant une autre technologie (le bois). Auquel cas le coût est égal à $C_2(q_2) \equiv \frac{1}{2}\beta q_2^2$.

1. Calculer le coût marginal et le coût moyen de chaque technologie. Quelle serait la technologie choisie (en fonction de la quantité à produire q) si l'entreprise devait en choisir exclusivement une.

Supposons maintenant que l'entreprise puisse combiner les deux technologies. Pour chaque quantité à produire q, elle doit alors répartir sa production entre la mine et le bois. La combinaison optimale des deux techniques revient alors à minimiser le coût pour produire une quantité totale q :

$$C(q) \equiv \min \{C_1(q_1) + C_2(q_2) : q = q_1 + q_2, q_1 \geq 0, q_2 \geq 0\}$$

2. Calculer cette combinaison optimale et commenter (jusqu'où exploiter la forêt, faut-il mettre en oeuvre la mine immédiatement...).
3. Calculer alors le coût marginal de production. Commenter.

Exercice 2 : Monopole et droit d'entrée

Dans le cours on a vu qu'à prix unitaire constant, le monopole pratiquait une marge inversement proportionnelle à l'élasticité prix de la demande. On relâche ici l'hypothèse de prix unitaire constant, en supposant que le monopole (un parc d'attraction par exemple) a la possibilité de pratiquer un tarif en deux parties : une prime fixe (droit d'entrée, abonnement, ...) indépendante de la quantité consommée et un tarif proportionnel. On parle de tarif binôme.

On considère un ensemble de n consommateurs identiques ayant une fonction de satisfaction $v(q)$ (strictement croissante concave avec $v'(0) = +\infty$ et $v'(+\infty) = 0$) et un monopole à coût marginal constant c : $C(q) \equiv c.q$. Le tarif est noté : $A + p.q$, où A représente le prix d'entrée, p la partie proportionelle du tarif et q la quantité consommée.

On note $u_e(p) = v(D(p)) - p.D(p)$, avec $D(p) = \arg\max_q(v(q) - p.q)$, le surplus (l'utilité) retiré par un consommateur une fois entré dans le marché. (Son utilité totale si il entre sera : $u(A, p) = u_e(p) - A$).

1. Montrer que $u_e'(p) = -D(p)$ (cette propriété sera utile pour résoudre le point 4.)
2. Sous quelles conditions un consommateur choisira-t-il d'entrer?
3. En déduire que le tarif optimal revient à chercher :

$$\max_{p,A}((p - c)D(p) + A, u_e(p) \geq A)$$

4. En utilisant le point 1. montrer que tarif optimal est $p^* = c$, $A^* = u_e(c)$. Commenter en discutant notamment les surplus.