

# Examen Final Semestre 1

*9 Janvier 2009 - Durée : 2h*

Renaud BOURLÈS  
VO Thi Quynh Anh

**Exercice 1 : (4 pts)** Le cours d'une action  $S$  est haussier avec une probabilité de 75% si le cours du pétrole est en hausse. Cette probabilité tombe à 40% si le cours du pétrole est en baisse. On estime à 60% la probabilité que le cours du pétrole soit en hausse.

(1) On ne connaît pas encore le cours du pétrole aujourd'hui. Calculer la probabilité que l'action  $S$  soit en hausse. (0,5 pts)

(2) Calculer la probabilité que le cours du pétrole soit en hausse quand le cours de l'action  $S$  est en hausse. (1 pt)

(3) Même question quand le cours de l'action  $S$  est en baisse. (1 pt)

(4) Calculer la probabilité qu'aucun des deux cours ne soit en hausse. (1,5 pts)

**Exercice 2 : (7 pts)** Soient deux actions A et B. Chacune peut être en expansion ou en récession. Avec probabilité :

- 40% elles sont toutes deux en hausse
- 10% elles sont toutes deux en baisse
- 20% A est en hausse et B en baisse
- 30% B est en hausse et A en baisse

(1) Quelle est la probabilité que l'action A soit en hausse? Et l'action B? (1 pt)

On définit maintenant les variables aléatoires  $X$  et  $Y$ .

$X$  vaut 1 si  $A$  est en hausse, 0 sinon.  $Y$  vaut 1 si  $B$  est hausse, 0 sinon.

(2)  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes? Calculer le coefficient de corrélation entre  $X$  et  $Y$  (2,5 pts)

(3) Déterminer  $E(X | Y)$ . Calculer  $E(E(X | Y))$ . Commenter. (2,5 pts)

(4) Déterminer  $Var(X | Y)$  (1 pt)

**Exercice 3 : (10 pts)** Le tableau suivant donne les taux de rentabilité anticipés du marché et d'une action  $S$  en fonction de trois scénarios économiques

Événement	Probabilité	Taux de rentabilité anticipé	
		Marché	Action $S$
Récession	0,1	-1%	-4%
Normal	0,7	+1%	+2%
Expansion	0,2	+2%	+2,5%

(1) Calculer l'espérance, la variance, l'écart type et la covariance des rendements de l'action et du marché (3 pts)

(2) En déduire le meilleur prédicteur linéaire du rendement de l'action en fonction du rendement du marché (1 pt)

(3) Grapher les trois couples de rentabilité anticipé et la droite de régression linéaire dans le plan  $(R_M, R_S)$ . La somme des erreurs ne semble pas être égale à zéro. Expliquer pourquoi. (2,5 pts)

(4) On définit maintenant un quatrième scénario : la crise, pendant laquelle le marché est en récession de 5%. A partir des estimations précédentes que peut-on anticiper quant au rendement de l'action  $S$  dans ce cas. (1 pt)

(5) Décomposer la variance de l'action  $S$  en un risque systématique et un risque spécifique (2,5 pts)